

Yhtälöpari

Yhtälöparilla saadaan selville kaikki
leikkauspisteet!

Kaksi laskumenetelmää

① Yhteenlaskukeino eli eliminointimenetelmä s.8

② Suorien $x - 3y = 5$ ja $-2x + y = -8$
leikkauspisteet?

$$\begin{cases} x - 3y = 5 & \parallel \cdot 2 \\ -2x + y = -8 & \parallel \cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|l} 2x - 6y = 10 \\ -2x + y = -8 \end{array} \\ \hline 0 - 5y = 2 \quad \parallel : (-5) \\ \hline \underline{y = \frac{2}{-5} = -\frac{2}{5}} \end{array}$$



Kumpikin yhtälöistä kerrotaan sopivilla luvuilla.

Tavoitteena vastalukun-kerroin joko x :lle tai y :lle.

Ratkaistaan vielä x sijoittamalla saatu $y = -\frac{2}{5}$ mihin tahansa yhtälöön:

$$\begin{aligned} x - 3y &= 5 \\ x - 3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) &= 5 \\ x + \frac{6}{5} &= 5 \\ \underline{x} &= 5 - \frac{6}{5} = \underline{\underline{3\frac{4}{5}}} \quad \left(= \frac{19}{5}\right) \end{aligned}$$

Vast: Leikkauspiste on $\left(3\frac{4}{5}, -\frac{2}{5}\right)$.

② Sijoitusmenetelmä

Ratkaistaan toisesta yhtälöstä x tai y .

Sijoitetaan oikean puolen lauseke keskeisen kirjaimen paikalle sulkujen sisään siihen toiseen yhtälöön!

$$\textcircled{E} \begin{cases} x - 3y = 5 & \Leftrightarrow x = 5 + 3y \\ -2x + y = -8 \end{cases} \quad \leftarrow \text{ sijo.}$$

$$-2(5 + 3y) + y = -8$$

$$-10 - 6y + y = -8$$

$$-5y = -8 + 10$$

$$y = \frac{-2}{-5} = \underline{\underline{-\frac{2}{5}}}$$

Sijoitetaan saatu $y = -\frac{2}{5}$ yhtälöön

$$x = 5 + 3y$$

$$\underline{\underline{x = 5 + 3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \underline{\underline{3\frac{4}{5}}}}}$$

Vast. $x = 3\frac{4}{5}$ ja $y = -\frac{2}{5}$.

Vast. $\begin{cases} x = 3\frac{4}{5} \\ y = -\frac{2}{5} \end{cases}$

Aaltosulke on suomeksi
"JA"!

Itseasiassa "ja samanaikaisesti"...

Erikoistapaukset

① Suorat ovat päällekkäin.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 2(2y + x) - 1 = 0 \Leftrightarrow 4y + 2x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 2x + 4y = 1 \quad || \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ -2x - 4y = -1 \end{cases} \\ \hline 0 + 0 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0 \\ \parallel \\ 0 = 0 \\ \parallel \\ \text{Tosi} \end{array}$$

(yhteenlaskukkeinolla)

Sekä x että y molemmat katoavat samanaikaisesti!

Vast: Kaikki suoran $2x + 4y = 1$ pisteet ovat yhtälöparin ratkaisuja.

② Yhdensuuntaiset suorat erillään

// Ei leikkauspisteitä.

$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 3x + 2 \end{cases} \Rightarrow \text{ei}$$

$$3x - 1 = 3x + 2$$

$$3x - 3x = 2 + 1$$

$$0 = 3$$

Epätosi

Vast: Yhtälöparilla ei ole ratkaisua.

Yhtälöryhmä s. 9

Tarvitaan niin monta yhtälöä kuin on tuntemattomia!

Sijoituskeino

$$\begin{cases} r + 3s + 2t = 5 \\ 4r - s - 2t = 0 \\ 9r - 2s - 5t = -1 \end{cases} \Leftrightarrow r = \boxed{5 - 3s - 2t}$$

← sij.

Sijoittamalla saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} 4(5 - 3s - 2t) - s - 2t = 0 \\ 9(5 - 3s - 2t) - 2s - 5t = -1 \end{cases}$$

saadaan s ja t selville.

Ota vielä jostain yhtälöstä sijoittamalla myös r selville.