

## 100

- a)  $\sqrt{9} = 3$ , koska  $3 \geq 0$  ja  $3^2 = 9$ .
- b)  $\sqrt{1} = 1$ , koska  $1 \geq 0$  ja  $1^2 = 1$ .
- c)  $\sqrt{0} = 0$ , koska  $0 \geq 0$  ja  $0^2 = 0$ .
- d)  $\sqrt{100} = 10$ , koska  $10 \geq 0$  ja  $10^2 = 100$ .

Vastaus a) 3 b) 1 c) 0 d) 10

# 101

a)  $\sqrt{25} = 5$

b)  $\sqrt{13} \ (\approx 3,605\dots)$

c)  $-\sqrt{13} \ (\approx -3,605\dots)$

## 102

a)  $\sqrt{81} = 9$

b)  $-\sqrt{25} = -5$

c)  $\sqrt{-25}$  ei ole määritelty.

d)  $16 - \sqrt{16} = 16 - 4 = 12$

## 103

$\sqrt{400} = 20$  ja  $\sqrt{900} = 30$ . Tämän perusteella lukujen 400 ja 900 välillä olevat luonnolliset luvut, joiden neliöjuuri on luonnollinen luku ovat seuraavat:

$$21^2 = 441$$

$$22^2 = 484$$

$$23^2 = 529$$

$$24^2 = 576$$

$$25^2 = 625$$

$$26^2 = 676$$

$$27^2 = 729$$

$$28^2 = 784$$

$$29^2 = 841$$

Vastaus 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784 ja 841

## 104

a)  $\sqrt{100} - \sqrt{36} = 10 - 6 = 4$

b)  $\sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$

c)  $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

Vastaus a) 4 b) 8 c) 10

## 105

a)  $\sqrt{7} = 2,6457... \approx 2,646$

b)  $3 \cdot \sqrt{14} = 11,2249... \approx 11,225$

c)  $\sqrt{6} + \sqrt{10} - \sqrt{16} = 1,6117... \approx 1,612$

Vastaus    a) 2,646        b) 11,225        c) 1,612

## 106

a)  $(\sqrt{23})^2 = 23$

b)  $(-\sqrt{19})^2 = (\sqrt{19})^2 = 19$

c)  $(\sqrt{7})^2 = 7$

# 107

a)  $x^2 = 49$

$$x = -\sqrt{49} \text{ tai } x = \sqrt{49}$$

$$x = -7 \text{ tai } x = 7$$

b)  $x^2 = 13$

$$x = -\sqrt{13} \text{ tai } x = \sqrt{13}$$

c)  $x^2 + 4 = 0$

$$\underbrace{x^2}_{\geq 0} = \underbrace{-4}_{< 0}$$

epätosi, ei ratkaisua

Vastaus a)  $x = 7$  tai  $x = -7$

b)  $x = -\sqrt{13}$  tai  $x = \sqrt{13}$

d) Yhtälöllä ei ole ratkaisua.



# 108

a)  $x^2 = 36$

$$x = -\sqrt{36} \text{ tai } x = \sqrt{36}$$

$$x = -6 \text{ tai } x = 6$$

b)  $2x^2 = 162$                        $|\div 2$

$$x^2 = 81$$

$$x = -\sqrt{81} \text{ tai } x = \sqrt{81}$$

$$x = -9 \text{ tai } x = 9$$

c)  $x^2 + 4 = 9$

$$x^2 = 9 - 4$$

$$x^2 = 5$$

$$x = -\sqrt{5} \text{ tai } x = \sqrt{5}$$

Vastaus    a)  $x = -6$  tai  $x = 6$

              b)  $x = -9$  tai  $x = 9$

              d)  $x = -\sqrt{5}$  tai  $x = \sqrt{5}$

## 109

a)  $x^2 = 9,0$

$$x = -\sqrt{9,0} \text{ tai } x = \sqrt{9,0}$$

$$x = -3,0 \text{ tai } x = 3,0$$

Neliön sivun pituus on positiivinen, joten sivun pituus on 3,0 m.

b)  $x^2 = 28$

$$x = -\sqrt{28} \text{ tai } x = \sqrt{28}$$

Neliön sivun pituus on positiivinen, joten sivun pituus on  $\sqrt{28} = 5,291\dots \approx 5,3$  (m).

c)  $3,6 \text{ ha} = 3,6 \cdot (100\text{m} \cdot 100\text{m}) = 36\,000 \text{ m}^2$

$$x^2 = 36\,000$$

$$x = -\sqrt{36\,000} \text{ tai } x = \sqrt{36\,000}$$

Neliön sivun pituus on positiivinen, joten sivun pituus on  $\sqrt{36\,000} = 189,7\dots \approx 190$  (m).

Vastaus    a) 3,0 m  
              b) 5,3 m  
              d) 190 m

## 110

a)  $\sqrt{121} = 11$

b)  $\sqrt{3600} = 60$

c)  $\sqrt{0,09} = 0,3$

d)  $\sqrt{2,25} = 1,5$

# 111

a)  $\sqrt{9} - \sqrt{25} = 3 - 5 = -2$

b)  $\sqrt{9-25} = \sqrt{-16}$  ei määritelty, koska  $-16 < 0$

Vastaus a)  $\sqrt{9} - \sqrt{25} = -2$  b)  $\sqrt{9-25} = \sqrt{-16}$  ei määritelty

## 112

- a) Luku 1 on luvun 1 neliöjuuri eli  $\sqrt{1} = 1$ .
- b) Luku 9 on luvun 81 neliöjuuri, eli  $\sqrt{81} = 9$ .
- c) Luku  $-6$  ( $< 0$ ) ei ole minkään luvun neliöjuuri, sillä neliöjuuren arvo on aina positiivinen.

Vastaus a) 1 b) 81 c) ei minkään

# 113

a)  $(\sqrt{17})^2 = 17$

b)  $(-\sqrt{\pi})^2 = (\sqrt{\pi})^2 = \pi$

c)  $(\sqrt{1+\sqrt{2}})^2 = 1+\sqrt{2}$

# 114

$$\begin{aligned} \text{a) } 10 \cdot \sqrt{9} - 4 \cdot \sqrt{25} + \sqrt{100} &= 10 \cdot 3 - 4 \cdot 5 + 10 \\ &= 30 - 20 + 10 \\ &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{90 - 100 + 19} &= \sqrt{-10 + 19} \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

# 115

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{12^2 + 5^2} &= \sqrt{144 + 25} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (\sqrt{4}\sqrt{5})^2 &= (\sqrt{4})^2 \cdot (\sqrt{5})^2 \\ &= 4 \cdot 5 \\ &= 20 \end{aligned}$$



## 116

Merkitään kysyttyä lukua kirjaimella  $x$  ja muodostetaan yhtälö.

a)  $\sqrt{\sqrt{x}} = 2$

$$\sqrt{x} = 2^2$$

$$x = (2^2)^2$$

$$x = 4^2$$

$$x = 16$$

b)  $\sqrt{\sqrt{x}} = 3$

$$\sqrt{x} = 3^2$$

$$x = (3^2)^2$$

$$x = 9^2$$

$$x = 81$$

c)  $\sqrt{\sqrt{x}} = \sqrt{7}$

$$\sqrt{x} = (\sqrt{7})^2$$

$$\sqrt{x} = 7$$

$$x = 7^2$$

$$x = 49$$

Vastaus    a) 16            b) 81            c) 49

**117**

a)  $\sqrt{1+x^2}$  | Sijoitetaan  $x = -1$ .

$$= \sqrt{1+(-1)^2}$$

$$= \sqrt{1+1}$$

$$= \sqrt{2}$$

b)  $\sqrt{1+x^2}$  | Sijoitetaan  $x = \sqrt{3}$ .

$$= \sqrt{1+(\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{1+3}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

c)  $\sqrt{1+x^2}$  | Sijoitetaan  $x = \sqrt{5}$ .

$$= \sqrt{1+(\sqrt{5})^2}$$

$$= \sqrt{1+5}$$

$$= \sqrt{6}$$

Vastaus a)  $\sqrt{2}$  b) 2 c)  $\sqrt{6}$

# 118

a)  $x^2 - 81 = 0$

$$x^2 = 81$$

$$x = -\sqrt{81} \text{ tai } x = \sqrt{81}$$

$$x = -9 \text{ tai } x = 9$$

b)  $5x^2 = 80 \quad | :5$

$$x^2 = 16$$

$$x = -\sqrt{16} \text{ tai } x = \sqrt{16}$$

$$x = -4 \text{ tai } x = 4$$

Vastaus a)  $x = -9$  tai  $x = 9$  b)  $x = -4$  tai  $x = 4$

# 119

a)  $x^2 - 1 = 10$

$$x^2 = 11$$

$$x = -\sqrt{11} \text{ tai } x = \sqrt{11}$$

b)  $2x(x+2) = 4x+4$

$$2x^2 + 4x = 4x + 4$$

$$2x^2 = 4 \quad | :2$$

$$x^2 = 2$$

$$x = -\sqrt{2} \text{ tai } x = \sqrt{2}$$

Vastaus a)  $x = -\sqrt{11}$  tai  $x = \sqrt{11}$     b)  $x = -\sqrt{2}$  tai  $x = \sqrt{2}$

## 120

- a) Merkitään neliön sivua kirjaimella  $x$  ja muodostetaan yhtälö.

$$x^2 = 2\,275\,282 \text{ ha}$$

$$x^2 = 2\,275\,282 \cdot (0,1 \text{ km} \cdot 0,1 \text{ km})$$

$$x^2 = 22\,752,82 \text{ km}^2$$

$$x = (\pm)\sqrt{22\,752,82 \text{ km}^2} \quad | x > 0$$

$$x = 150,8\dots \text{ km} \approx 151 \text{ km}$$

- b) Merkitään ympyrän sädettä kirjaimella  $r$  ja muodostetaan yhtälö.

$$\pi r^2 = 34\,526 \text{ km}^2$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{Ympyrän pinta-ala } A = \pi r^2. \\ : \pi \end{array} \right.$$

$$r^2 = \frac{34\,526 \text{ km}^2}{\pi}$$

$$r = (\pm)\sqrt{\frac{34\,526 \text{ km}^2}{\pi}} \quad | r > 0$$

$$r = 104,8\dots \text{ km}$$

Ympyrän halkaisija on

$$2 \cdot r = 2 \cdot 104,8\dots \text{ km} = 209,6\dots \text{ km} \approx 210 \text{ km}$$

Vastaus a) 151 km b) 210 km

**121**

$\sqrt{A} \approx a + \frac{r}{2a}$ , jossa  $A = a^2 + r$  sekä  $a \in N$  sellainen, että  $r$  on mahdollisimman lähellä nollaa oleva luku.

a)  $10 = 3^2 + 1$

$$\sqrt{10} \approx a + \frac{r}{2a} \quad | \quad a = 3, r = 1$$

$$= 3 + \frac{1}{2 \cdot 3}$$

$$= 3\frac{1}{6} \approx 3,167 \quad | \quad \text{Laskimella } \sqrt{10} \approx 3,162.$$

b)  $35 = 6^2 - 1$

$$\sqrt{35} \approx a + \frac{r}{2a} \quad | \quad a = 6, r = -1$$

$$= 6 + \frac{-1}{2 \cdot 6}$$

$$= 5\frac{11}{12} \approx 5,917 \quad | \quad \text{Laskimella } \sqrt{35} \approx 5,916.$$

c)  $129 = 11^2 + 8$

$$\sqrt{129} \approx a + \frac{r}{2a} \quad | a = 11, r = 8$$

$$= 11 + \frac{8}{2 \cdot 11}$$

$$= 11 + \frac{8}{22} \approx 11,364 \quad | \text{Laskimella } \sqrt{129} \approx 11,358.$$

Vastaus a) 3,167; laskin 3,162  
b) 5,918; laskin 5,916  
c) 11,364; laskin 11,358

## 122

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{64 \cdot 25} &= \sqrt{64} \cdot \sqrt{25} \\ &= 8 \cdot 5 \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} &= \sqrt{2 \cdot 18} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} &= \sqrt{5 \cdot 20} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

Vastaus    a) 40            b) 6            c) 10



# 123

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{\frac{4}{25}} &= \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{1\frac{7}{9}} &= \sqrt{\frac{9+7}{9}} \\ &= \sqrt{\frac{16}{9}} \\ &= \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} \\ &= \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{2\frac{1}{4}} &= \sqrt{\frac{8+1}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{9}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} \\ &= \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Vastaus    a)  $\frac{2}{5}$             b)  $1\frac{1}{3}$             c)  $1\frac{1}{2}$

## 124

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} &= \sqrt{\frac{8}{2}} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{\frac{12}{3}} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{\frac{5 \cdot 15}{3}} \\ &= \sqrt{\frac{5 \cdot 5 \cdot 3}{3}} \\ &= \sqrt{5^2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Vastaus    a) 2                    b) 2                    c) 5

## 125

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{16^2} &= |16| \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{(-3)^2} &= |-3| \\ &= 3 \end{aligned}$$

Toisin:

$$\begin{aligned} \sqrt{(-3)^2} &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -\sqrt{13^2} &= -|13| \\ &= -13 \end{aligned}$$

Vastaus    a) 16            b) 3            c) - 13

## 126

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{8} &= \sqrt{4 \cdot 2} \\ &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{32} &= \sqrt{16 \cdot 2} \\ &= \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{75} &= \sqrt{25 \cdot 3} \\ &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

Vastaus    a)  $2\sqrt{2}$     b)  $4\sqrt{2}$     c)  $5\sqrt{3}$

**127**

a)  $\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

b)  $7\sqrt{2} + \sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$   
 $= 3\sqrt{2}$

**128**

$$\text{a) } 3\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - \sqrt{5} + 3\sqrt{3} = 2\sqrt{5} + 5\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2\sqrt{3} - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) &= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$m$	$n$	$\sqrt{2}$
$z$	4	$y$
$8\sqrt{2}$	$x$	$\sqrt{32}$

Lävistäjän avulla saadaan lukujen tuloksi  $8\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2}$ .

Alin vaakarivi:

$$8\sqrt{2} \cdot x \cdot \sqrt{32} = 8\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$x \cdot \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$x = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{32}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{2}{32}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{1}{16}} = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$$

Oikea pystyriivi:

$$\sqrt{2} \cdot y \cdot \sqrt{32} = 8\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$y = \frac{8\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}} = \frac{8 \cdot 4 \cdot \sqrt{4}}{\sqrt{64}} = \frac{8 \cdot 4 \cdot 2}{8} = 8$$

Keskimmäinen vaakarivi:

$$z \cdot 4 \cdot 8 = 8\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$z = \frac{8\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2}}{4 \cdot 8} = \frac{\sqrt{4}}{1} = 2$$

Vasen pystyrivi:

$$m \cdot 2 \cdot 8\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$m \cdot 2 = 4\sqrt{2}$$

$$m = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$$

Ylin vaakarivi:

$$\sqrt{8} \cdot n \cdot \sqrt{2} = 8\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{8} \cdot n = 8\sqrt{2} \cdot 4$$

$$n = \frac{8\sqrt{2} \cdot 4}{\sqrt{8}} = \frac{8\sqrt{2} \cdot 4}{2\sqrt{2}} = 8 \cdot 2 = 16$$

$\sqrt{8}$	<b>16</b>	$\sqrt{2}$
<b>2</b>	4	<b>8</b>
$8\sqrt{2}$	<b>1</b>	$\sqrt{32}$



# 130

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{50} &= \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} \\ &= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{8+18+50} &= \sqrt{76} \\ &= \sqrt{4 \cdot 19} \\ &= 2\sqrt{19} \end{aligned}$$

Vastaus a)  $\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{50} = 10\sqrt{2}$       b)  $\sqrt{8+18+50} = 2\sqrt{19}$

# 131

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{48} - \sqrt{32} &= \sqrt{16 \cdot 3} - \sqrt{16 \cdot 2} \\ &= 4\sqrt{3} - 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{48 - 32} &= \sqrt{16} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Vastaus    a)  $\sqrt{48} - \sqrt{32} = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$     b)  $\sqrt{48 - 32} = 4$

## 132

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{48} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{8} &= \sqrt{48} - \sqrt{6 \cdot 8} \\ &= \sqrt{48} - \sqrt{48} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{1 + \sqrt{9}} &= \sqrt{1 + 3} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Vastaus a) 0 b) 2

## 133

a)  $2x^2 = 2 \cdot (\sqrt{5})^2 = 2 \cdot 5 = 10$

b)  $2x^2 = 2 \cdot (3\sqrt{2})^2 = 2 \cdot 3^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 2 \cdot 9 \cdot 2 = 36$

Vastaus a) 10 b) 36

$$\text{a) } \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{24+1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$\text{c) } \sqrt{1+\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{16+9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

# 135

a)  $4\sqrt{12}\sqrt{3} = 4\sqrt{12 \cdot 3} = 4 \cdot \sqrt{36} = 4 \cdot 6 = 24$

b)  $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$

c)  $\frac{\sqrt{6}\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6 \cdot 3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 3}{2}} = \sqrt{3 \cdot 3} = \sqrt{9} = 3$

## 136

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{300} &= \sqrt{100 \cdot 3} \\ &= \sqrt{100} \cdot \sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3} \approx 10 \cdot 1,732 = 17,32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{30\,000} &= \sqrt{10\,000 \cdot 3} \\ &= \sqrt{10\,000} \cdot \sqrt{3} \\ &= 100\sqrt{3} \approx 100 \cdot 1,732 = 173,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{0,03} &= \sqrt{\frac{3}{100}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{100}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{10} \approx \frac{1,732}{10} = 0,1732 \end{aligned}$$

Vastaus a) 17,32      b) 173,2      c) 0,1732

## 137

a)  $6\sqrt{2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{72}$

b)  $4\sqrt{3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{48}$

c)  $7\sqrt{2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{98}$

Vastaus      a) 72      b) 48      c) 98



# 138

$$a = -3$$

a)  $3\sqrt{a^2} = 3\sqrt{(-3)^2} = 3\sqrt{9} = 3 \cdot 3 = 9$

b)  $\sqrt{3a^2} = \sqrt{3 \cdot (-3)^2} = \sqrt{3 \cdot 9} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

c)  $(\sqrt{3a})^2 = (\sqrt{3 \cdot (-3)})^2 = (\sqrt{-9})^2$  Ei määritelty, koska  $-9 < 0$ .

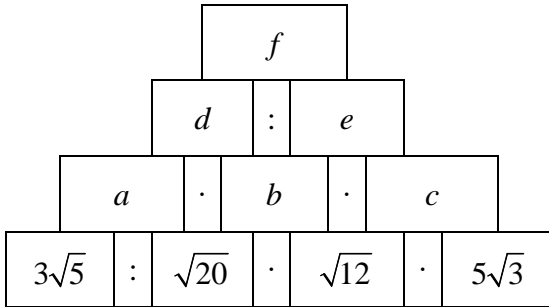
Vastaus    a) 9        b)  $3\sqrt{3}$     c) ei määritelty

# 139

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} &= \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{6 \cdot 2} \\ &= 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - \sqrt{12} \\ &= 7\sqrt{2} - \sqrt{4 \cdot 3} \\ &= 7\sqrt{2} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} \\ &= 7\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3\sqrt{2} \cdot (4\sqrt{5} - 2\sqrt{10}) &= 3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{5} - 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{10} \\ &= 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 10} \\ &= 12\sqrt{10} - 6\sqrt{4 \cdot 5} \\ &= 12\sqrt{10} - 6\sqrt{4}\sqrt{5} \\ &= 12\sqrt{10} - 6 \cdot 2\sqrt{5} \\ &= 12\sqrt{10} - 12\sqrt{5} \end{aligned}$$

Vastaus      a)  $7\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$       b)  $12\sqrt{10} - 12\sqrt{5}$



$$a = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{4 \cdot 5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{2}$$

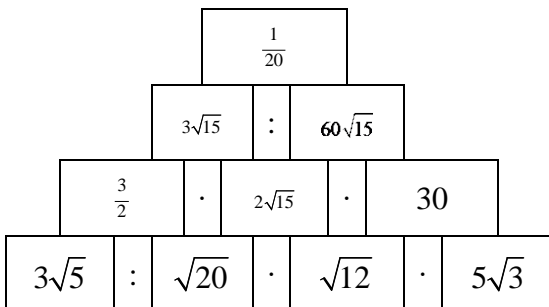
$$b = \sqrt{20} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{20 \cdot 12} = \sqrt{4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \sqrt{4^2 \cdot 15} = 2\sqrt{15}$$

$$c = \sqrt{12} \cdot 5\sqrt{3} = 5 \cdot \sqrt{12 \cdot 3} = 5 \cdot \sqrt{36} = 5 \cdot 6 = 30$$

$$d = \frac{3}{2} \cdot 2\sqrt{15} = 3\sqrt{15}$$

$$e = 2\sqrt{15} \cdot 30 = 60\sqrt{15}$$

$$f = \frac{3\sqrt{15}}{60\sqrt{15}} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$$



Vastaus  $\frac{1}{20}$

# 141

$$\text{a) } \sqrt{7^3} = \sqrt{7^2 \cdot 7} = 7\sqrt{7}$$

$$\text{b) } \sqrt{3^8} = \sqrt{3^{4 \cdot 2}} = \sqrt{(3^4)^2} = \underbrace{|3^4|}_{\geq 0} = 3^4 = 81$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{3^5} &= \sqrt{3^4 \cdot 3} = \sqrt{3^{2 \cdot 2} \cdot 3} = \sqrt{(3^2)^2 \cdot 3} \\ &= \sqrt{(3^2)^2} \cdot \sqrt{3} = \underbrace{|3^2|}_{\geq 0} \sqrt{3} = 3^2 \sqrt{3} = 9\sqrt{3} \end{aligned}$$

Vastaus    a)  $7\sqrt{7}$     b) 81    c)  $9\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{8}}{\sqrt{2}} &= \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{4 \cdot 2}}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \frac{2^1 \sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{4^1 \sqrt{3}}{4} &= \frac{2\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{4\sqrt{3}}{4} \\
 &= \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \frac{\sqrt{50}}{4} + \frac{\sqrt{72}}{8} &= \frac{\sqrt{25 \cdot 2}}{4} + \frac{\sqrt{36 \cdot 2}}{8} = \frac{2^1 5\sqrt{2}}{4} + \frac{6\sqrt{2}}{8} \\
 &= \frac{10\sqrt{2}}{8} + \frac{6\sqrt{2}}{8} = \frac{10\sqrt{2} + 6\sqrt{2}}{8} \\
 &= \frac{16\sqrt{2}}{8} = 2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Vastaus      a) 5              b)  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$               c)  $2\sqrt{2}$

**143**

$$5\sqrt{3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{75}$$

$$6\sqrt{2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{72}$$

Luvut suuruusjärjestyksessä pienimmästä alkaen ovat

$$6\sqrt{2}, \sqrt{73}, 5\sqrt{3}$$

# 144

a)  $x = \sqrt{3}$

$$\begin{aligned}2x^2 - 5x + 4 &= 2(\sqrt{3})^2 - 5 \cdot \sqrt{3} + 4 \\&= 2 \cdot 3 - 5\sqrt{3} + 4 \\&= 10 - 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

b)  $x = -2\sqrt{5}$

$$\begin{aligned}2x^2 - 5x + 4 &= 2(-2\sqrt{5})^2 - 5(-2\sqrt{5}) + 4 \\&= 2 \cdot (-2)^2 \cdot (\sqrt{5})^2 + 10\sqrt{5} + 4 \\&= 2 \cdot 4 \cdot 5 + 10\sqrt{5} + 4 \\&= 40 + 10\sqrt{5} + 4 \\&= 44 + 10\sqrt{5}\end{aligned}$$

Vastaus      a)  $10 - 5\sqrt{3}$       b)  $44 + 10\sqrt{5}$

# 145

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{12a} \cdot \sqrt{3a} &= \sqrt{12a \cdot 3a} \\ &= \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot a^2} \\ &= \sqrt{4 \cdot 9 \cdot a^2} \\ &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} \sqrt{a^2} \\ &= 2 \cdot 3 \cdot |a| \quad |a > 0 \\ &= 6a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt{5a} \cdot \sqrt{10a^5}}{\sqrt{2a}} &= \frac{\sqrt{5a \cdot 10a^5}}{\sqrt{2a}} \\ &= \sqrt{\frac{5\cancel{a} \cdot 10a^5}{2\cancel{a}}} \\ &= \sqrt{25a^5} \\ &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{a^4} \cdot a \\ &= 5\sqrt{a^4} \cdot \sqrt{a} \\ &= 5\sqrt{(a^2)^2} \sqrt{a} \\ &= 5|a^2| \sqrt{a} \quad |a^2 > 0 \\ &= 5a^2 \sqrt{a} \end{aligned}$$

Vastaus

a)  $6a$

b)  $5a^2\sqrt{a}$



**146**

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{8a} \cdot \sqrt{5a^2} \cdot \sqrt{10a^3} &= \sqrt{8a \cdot 5a^2 \cdot 10a^3} \\ &= \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot a^6} \\ &= \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 5^2 \cdot (a^3)^2} \\ &= \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{5^2} \sqrt{(a^3)^2} \\ &= 4 \cdot 5 \cdot |a^3| \quad |a^3 \geq 0 \\ &= 20a^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{20a} \sqrt{25a^2} &= \sqrt{20a \cdot 25 \cdot a^2} \\ &= \sqrt{20a \cdot 5 \cdot |a|} \quad |a \geq 0 \\ &= \sqrt{20a \cdot 5a} \\ &= \sqrt{100a^2} \\ &= \sqrt{100} \cdot \sqrt{a^2} \\ &= 10|a| \quad |a \geq 0 \\ &= 10a \end{aligned}$$

Vastaus      a)  $20a^3$       b)  $10a$

# 147

a) Väite:  $\sqrt{7^{104}} = 7^{52}$

Todistus:

- 1)  $7^{52} \geq 0$
- 2)  $(7^{52})^2 = 7^{52 \cdot 2} = 7^{104}$

Kohtien 1 ja 2 perusteella  $\sqrt{7^{104}} = 7^{52}$ .  $\square$

b) Väite:  $\sqrt{(-3)^{314}} = 3^{157}$

Todistus:

- 1)  $3^{157} \geq 0$
- 2)  $(3^{157})^2 = 3^{157 \cdot 2} = 3^{314} = (-3)^{314}$

Kohtien 1 ja 2 perusteella  $\sqrt{(-3)^{314}} = 3^{157}$ .  $\square$

Oletus:  $a \geq 0, b > 0$

Väite:  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Todistus: Osoitetaan väite todeksi käyttämällä neliöjuuren määritelmää.

$$1) \frac{\overbrace{\sqrt{a}}^{\geq 0}}{\underbrace{\sqrt{b}}_{> 0}} \geq 0$$

$$2) \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$$

Kohtien 1 ja 2 perusteella  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .  $\square$

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \sqrt{3)} \quad \frac{6}{\sqrt{3}} &= \frac{6\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\cancel{6}^2 \sqrt{3}}{\cancel{3}} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \sqrt{5)} \quad \frac{5}{\sqrt{5}} &= \frac{5\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{\cancel{5} \sqrt{5}}{\cancel{5}} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \sqrt{2)} \quad \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{2}} &= \frac{10\sqrt{2}\sqrt{5}}{(\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{\cancel{10}^5 \sqrt{2} \cdot 5}{\cancel{2}} \\ &= 5\sqrt{10} \end{aligned}$$

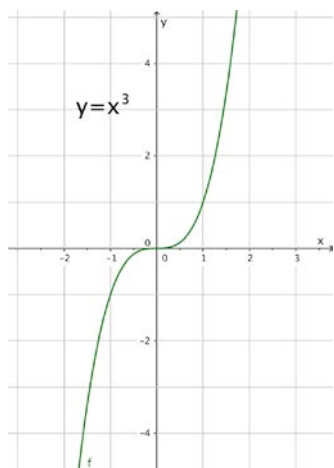
Väite:  $\sqrt{28-10\sqrt{3}} = 5-\sqrt{3}$

Todistus: Osoitetaan väite todeksi käyttämällä neliöjuuren määritelmää.

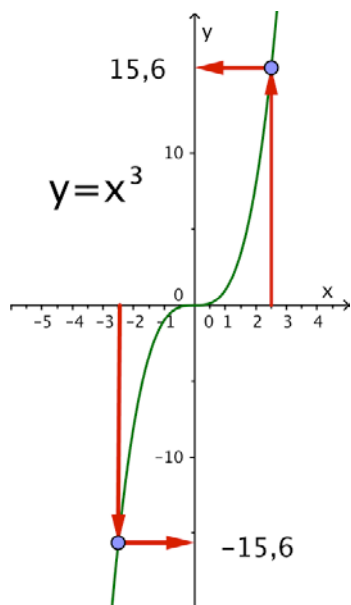
1)  $5-\sqrt{3} = \sqrt{25}-\sqrt{3} \geq 0$

2)  $(5-\sqrt{3})^2 = 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot (-\sqrt{3}) + (-\sqrt{3})^2$   
 $= 25 - 10\sqrt{3} + 3$   
 $= 28 - 10\sqrt{3}$

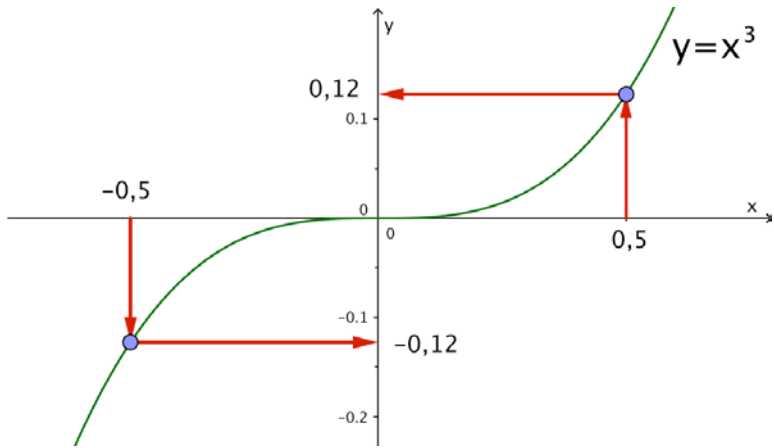
Kohtien 1 ja 2 perusteella  $\sqrt{28-10\sqrt{3}} = 5-\sqrt{3}$ .  $\square$



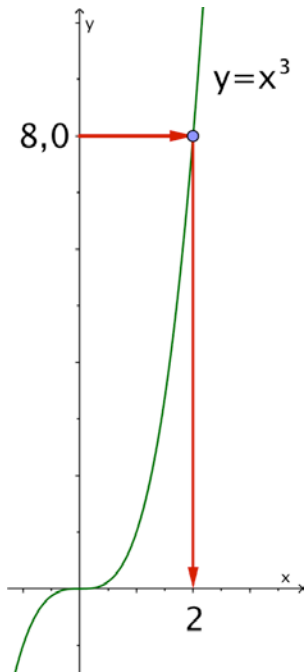
a)  $f(-2,5) \approx -15,6$ ,  $f(2,5) \approx 15,6$



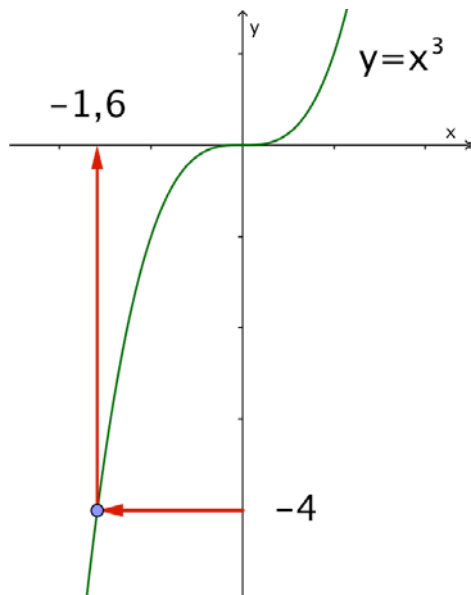
b)  $f(-0,5) \approx -0,1$ ,  $f(0,5) \approx 0,1$



c)  $f(2) \approx 8,0$



d)  $x^3 = -4$ , kun  $x \approx -1,6$



Vastaus

a)  $f(-2,5) \approx -15,6$ ,  $f(2,5) \approx 15,6$

b)  $f(-0,5) \approx -0,1$ ,  $f(0,5) \approx 0,1$

c)  $f(2) \approx 8,0$

d)  $x^3 = -4$ , kun  $x \approx -1,6$



a)  $\sqrt[7]{-35} = -1,6618... \approx -1,662$

b)  $\sqrt[6]{34} = 1,7998... \approx 1,800$

c) Parillinen juuri  $\sqrt[4]{-625}$  ei ole määritelty, koska  $-625 < 0$ .

d)  $\sqrt[5]{5} = 1,3797... \approx 1,380$

a) Parillinen juuri  $\sqrt[6]{4096} = 4$ , koska  $4 \geq 0$  ja  $4^6 = 4096$ .

Yhtälön  $x^6 = 4096$  toteuttavat arvot  $x = -4$  ja  $x = 4$ ,  
koska  $(\pm 4)^6 = 4096$ .

b) Parillinen juuri  $\sqrt[6]{-4096}$  ei ole määritelty, koska  $-4096 < 0$ .

Yhtälöllä  $x^6 = -4096$  ei ole ratkaisua, koska  $x^6 \geq 0$  aina.

c) Pariton juuri  $\sqrt[7]{128} = 2$  koska  $2^7 = 128$ .

Yhtälön  $x^7 = 128$  toteuttaa arvo  $x = 2$ , koska  $2^7 = 128$ .

d) Pariton juuri  $\sqrt[7]{-128} = -2$  koska  $(-2)^7 = -128$ .

Yhtälön  $x^7 = -128$  toteuttaa arvo  $x = -2$ , koska  $(-2)^7 = -128$ .

Vastaus      a)  $\sqrt[6]{4096} = 4$ , luvut  $-4$  ja  $4$   
                   b) ei ole määritelty, mikään luku ei toteuta yhtälöä  
                   c)  $\sqrt[7]{128} = 2$ , luku  $2$  toteuttaa  
                   d)  $\sqrt[7]{-128} = -2$ , luku  $-2$  toteuttaa

$$\text{a) } 7x^4 = 56 \quad |:7$$

$$x^4 = 8$$

$$x = -\sqrt[4]{8} \text{ tai } x = \sqrt[4]{8}$$

$$\text{b) } x^7 - 28 = 0$$

$$x^7 = 28$$

$$x = \sqrt[7]{28}$$

$$\text{c) } 3x^8 - 21 = 0$$

$$3x^8 = 21 \quad |:3$$

$$x^8 = 7$$

$$x = -\sqrt[8]{7} \text{ tai } x = \sqrt[8]{7}$$

**d)**  $10x^3 + 170 = 0$

$$10x^3 = -170 \quad | :10$$

$$x^3 = -17$$

$$x = \sqrt[3]{-17} \quad (= -\sqrt[3]{17})$$

- Vastaus
- a)  $x = -\sqrt[4]{8}$  tai  $x = \sqrt[4]{8}$
  - b)  $x = \sqrt[7]{28}$
  - c)  $x = -\sqrt[8]{7}$  tai  $x = \sqrt[8]{7}$
  - d)  $x = \sqrt[3]{-17} = -\sqrt[3]{17}$

# 155

$$a_1 = 1, \quad a_9 = 6561$$

$$\mathbf{a)} \quad a_9 = a_1 \cdot q^{9-1} \quad \left| \quad a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \right.$$

$$6561 = 1 \cdot q^8$$

$$q^8 = 6561$$

$$q = \pm \sqrt[8]{6561}$$

$$q = \pm 3$$

$$q = -3 \text{ tai } q = 3$$

$$\mathbf{b)} \quad a_3 = a_1 \cdot q^{3-1}$$

$$= 1 \cdot (\pm 3)^2$$

$$= 9$$

Vastaus      a)  $q = -3$  tai  $q = 3$

                 b)  $a_3 = 9$

# 156

$$a_4 = 1000, \quad a_7 = 64$$

$$\text{a) } a_7 = a_4 \cdot q^{7-4}$$

$$64 = 1000 \cdot q^3$$

$$q^3 = \frac{64}{1000}$$

$$q = \sqrt[3]{\frac{64}{1000}}$$

$$q = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{1000}}$$

$$q = \frac{4}{10}$$

$$q = \frac{2}{5}$$

$$\text{b) } a_4 = a_1 \cdot q^{4-1}$$

$$1000 = a_1 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$1000 = \frac{8}{125} a_1 \quad \left| \cdot \frac{125}{8} \right.$$

$$a_1 = 1000 \cdot \frac{125}{8}$$

$$a_1 = \frac{1000 \cdot 125}{8}$$

$$a_1 = 125^2$$

$$a_1 = 15\,625$$

Vastaus      a)  $q = \frac{2}{5} = 0,4$

                  b)  $a_1 = 15\,625$

## 157

Alkupääoma 3600 euroa.

Vuodessa talletus tulee  $k$ -kertaiseksi.

Loppupääoma 6000 euroa.

Talletusaika 7 vuotta, oletetaan, että talletus tehty kalenterivuoden alussa, jolloin korko maksetaan tasavuosin aina kalenterivuoden lopussa.

Muodostetaan yhtälö.

$$k^7 \cdot 3600 \text{ €} = 6000 \text{ €} \quad | : 3600 \text{ €}$$

$$k^7 = \frac{6000 \cancel{\text{€}}}{3600 \cancel{\text{€}}}$$

$$k = \sqrt[7]{\frac{6000}{3600}}$$

$$k = 1,0757\dots$$

$$k \approx 1,076$$

Talletus tulee vuodessa 1,076-kertaiseksi, joten se on 107,6 % edellisen vuoden lopun pääomasta. Vuotuinen korkoprosentti on  $107,6 \% - 100 \% = 7,6 \%$ .

Vastaus Vuosikorko on 7,6 %.

# 158

Alkuperäinen hinta 422 euroa.

Kuukaudessa myyntihinta tulee  $k$ -kertaiseksi.

Lopullinen hinta 211 euroa.

Aikajakso 6 kuukautta.

Muodostetaan yhtälö.

$$k^6 \cdot 422 \text{ €} = 211 \text{ €} \quad | : 422 \text{ €}$$

$$k^6 = \frac{211 \cancel{\text{€}}}{422 \cancel{\text{€}}}$$

$$k = \pm \sqrt[6]{\frac{211}{422}} \quad | \text{ kasvukerroin } k \geq 0$$

$$k = 0,8908\dots$$

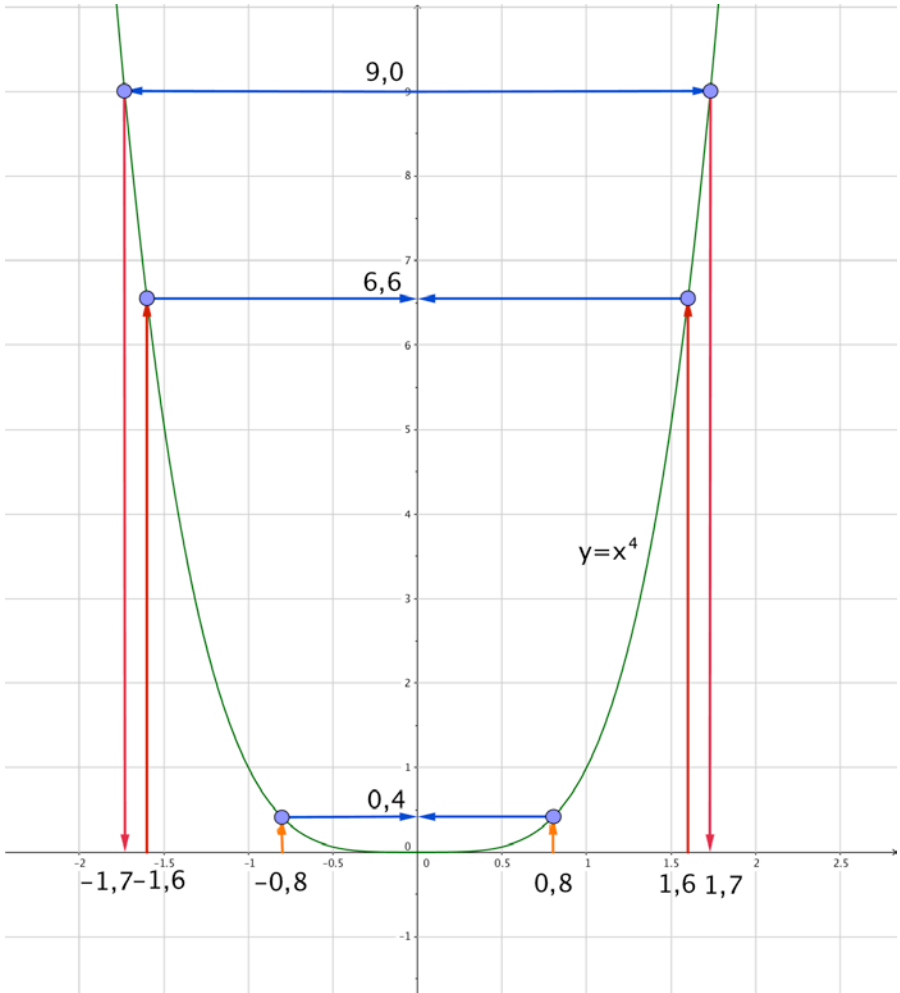
$$k \approx 0,891$$

Hinta tulee kuukaudessa 0,891-kertaiseksi, joten se on 89,1 % edellisen kuukauden hinnaasta.

Hinta laskee keskimäärin kuukaudessa  $100 \% - 89,1 \% = 10,9 \%$ .

Vastaus      Keskimääräinen hinnan alennus kuukaudessa on 10,9 %.





a)  $f(-1,6) = 6,6$  ja  $f(1,6) \approx 6,6$

b)  $f(-0,8) \approx 0,4$  ja  $f(0,8) \approx 0,4$

c)  $x^4 = 9$ , kun  $x \approx -1,7$  tai  $x \approx 1,7$

## 160

a)  $\sqrt[4]{64} = 2,8284\dots \approx 2,828$

b)  $\sqrt[5]{-32\,768} = -8 = -8,000$

c)  $\sqrt[3]{12} = 2,2894\dots \approx 2,289$

d) Parillinen juuri  $\sqrt[6]{-729}$  ei ole määritelty, koska  $-729 < 0$ .

Vastaus

a)  $\sqrt[4]{64} \approx 2,828$

b)  $\sqrt[5]{-32\,768} = -8,000$

c)  $\sqrt[3]{12} \approx 2,289$

d) ei määritelty

# 161

$$\text{a) } 16x^4 = 32 \quad | :16$$

$$x^4 = 2$$

$$x = \pm\sqrt[4]{2}$$

$$x = -\sqrt[4]{2} \text{ tai } x = \sqrt[4]{2}$$

$$\text{b) } 3x^7 - 150 = 0$$

$$3x^7 = 150 \quad | :3$$

$$x^7 = 50$$

$$x = \sqrt[7]{50}$$

$$\text{c) } 6x^5 + 42 = 0$$

$$6x^5 = -42 \quad | :6$$

$$x^5 = -7$$

$$x = \sqrt[5]{-7} \quad (= -\sqrt[5]{7})$$

Vastaus a)  $x = -\sqrt[4]{2}$  tai  $x = \sqrt[4]{2}$

b)  $x = \sqrt[7]{50}$

c)  $x = \sqrt[5]{-7} = -\sqrt[5]{7}$

## 162

a)  $(x-2)^3 = 0$

$$x-2=0$$

$$x=2$$

b)  $(x-2)^3 = 27$

$$x-2 = \sqrt[3]{27} \quad \left| \sqrt[3]{27} = 3 \right.$$

$$x = 3 + 2$$

$$x = 5$$

c)  $(x-2)^3 = 5$

$$x-2 = \sqrt[3]{5}$$

$$x = \sqrt[3]{5} + 2$$

Vastaus      a)  $x = 2$   
                  b)  $x = 5$   
                  c)  $x = \sqrt[3]{5} + 2$

## 163

$$a_1 = 16 \text{ ja } a_5 = 81$$

Selvitetään geometrisen jonon suhdeluku  $q$ .

$$a_5 = a_1 \cdot q^{5-1} \quad \left| \quad a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \right.$$

$$81 = 16 \cdot q^4$$

$$q^4 = \frac{81}{16}$$

$$q = \pm \sqrt[4]{\frac{81}{16}}$$

$$q = \pm \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}}$$

$$q = \pm \frac{3}{2}$$

Saatiin kaksi mahdollista arvoa suhdeluvulle,  $q = -\frac{3}{2}$  tai  $q = \frac{3}{2}$ .

Lasketaan kysyty summa  $S_5$  erikseen kummallakin saadulla  $q$ :

arvolla käyttäen geometrisen summan kaavaa  $S_n = \frac{a_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$ .

$$q = -\frac{3}{2}: \quad S_5 = \frac{16 \cdot \left(1 - \left(-\frac{3}{2}\right)^5\right)}{1 - \left(-\frac{3}{2}\right)} = 55 \quad \left| \begin{array}{l} a_1 = 16 \\ n = 5 \end{array} \right.$$

$$q = \frac{3}{2}: \quad S_5 = \frac{16 \cdot \left(1 - \left(\frac{3}{2}\right)^5\right)}{1 - \frac{3}{2}} = 211 \quad \left| \begin{array}{l} a_1 = 16 \\ n = 5 \end{array} \right.$$

Vastaus  $S_5 = 55$ , kun  $q = -\frac{3}{2}$  ja

$$S_5 = 211, \text{ kun } q = \frac{3}{2}$$

## 164

$$a_{13} = 3 \text{ ja } a_{20} = 2$$

Selvitetään geometrisen jonon suhdeluku  $q$ .

$$a_{20} = a_{13} \cdot q^{20-13}$$

$$2 = 3 \cdot q^7$$

$$q^7 = \frac{2}{3}$$

$$q = \sqrt[7]{\frac{2}{3}}$$

Lasketaan kysytyy summa  $S = a_{13} + a_{14} + \dots + a_{20}$  käyttäen

geometrisen summan kaavaa  $S_n = \frac{a_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$ .

Huomataan, että kysytyssä summassa on kahdeksan (8) termiä.

Valitaan  $a_1 = 3 (= a_{13})$ ,  $n = 8$  ja  $q = \sqrt[7]{\frac{2}{3}}$ .

$$S = \frac{3 \cdot \left( 1 - \left( \sqrt[7]{\frac{2}{3}} \right)^8 \right)}{1 - \sqrt[7]{\frac{2}{3}}} = 19,768\dots \approx 19,77$$

Vastaus      Summa on 19,77.

Vuosi	Väkiluku (miljardia)
1800	0,98
1960	3,02
1980	4,44
2000	6,12
2010	6,91

Merkitään väkiluvun vuotuista kasvukerrointa kussakin kohdassa kirjaimella  $k$ .

$$\text{a) } k^{2010-1800} \cdot 0,98 = 6,91$$

$$k^{210} = \frac{6,91}{0,98}$$

$$k = \pm \sqrt[210]{7,051\dots} \quad | \text{ kasvukerroin } k \geq 0$$

$$k = 1,0093\dots$$

$$k \approx 1,009$$

Väkiluku kasvoi keskimäärin  $100,9\% - 100\% = 0,9\%$  vuodessa.





## 166

Vuonna 1987 radioaktiivisuus 78 kBq/m<sup>2</sup>

Vuonna 2006 radioaktiivisuus 51 kBq/m<sup>2</sup>

Radioaktiivisuus tulee vuodessa  $k$ -kertaiseksi.

Muodostetaan yhtälö ja selvitetään kerroin  $k$ .

$$k^{2006-1987} \cdot 78 = 51$$

$$k^{19} = \frac{51}{78}$$

$$k = \sqrt[19]{\frac{51}{78}}$$

Vuoden 2016 radioaktiivisuus  $A$  saadaan yhtälöstä  $A = k^{2016-1987} \cdot 78$ .

$$A = k^{2016-1987} \cdot 78 = \left( \sqrt[19]{\frac{51}{78}} \right)^{29} \cdot 78 = 40,7\dots \approx 41$$

Vastaus      Radioaktiivisuus vuonna 2016 on 41 kBq/m<sup>2</sup>.

## 167

a)  $\sqrt[2]{4 \cdot 5} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{20} = 4,47\dots \approx 4,5$

b)  $\sqrt[3]{4 \cdot 5 \cdot 6} = \sqrt[3]{120} = 4,93\dots \approx 4,9$

c)  $\sqrt[4]{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = \sqrt[4]{840} = 5,38\dots \approx 5,4$

Vastaus      a) 4,5  
                  b) 4,9  
                  c) 5,4

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

$$ab = x^2$$

$$x = \pm\sqrt{ab}$$

$$\left| \begin{array}{l} a > 0, b > 0, \text{ joten} \\ \text{myös } ab > 0 \end{array} \right.$$

Kysytty luku  $x$  on positiivinen, joten  $x = \sqrt{ab}$ .

Vastaus

$$x = \sqrt{ab}$$

Kahden positiivisen luvun keskiarvo on yhtä suuri kuin kahden positiivisen luvun geometrinen keskiarvo.

Aika	Osakkeen arvon muutos
<b>1. vuosineljännes</b>	
tammikuu	+10,7 %
helmikuu	+3,3 %
maaliskuu	+1,0 %
<b>2. vuosineljännes</b>	
huhtikuu	+2,3 %
toukokuu	+16,2 %
kesäkuu	-18,5 %

- a) Osakkeen arvo tulee vuodessa keskimäärin  $k$ -kertaiseksi, jossa  $k = 100 \% + 4,9 \% = 104,9 \% = 1,049$ .

Kasvukerroin  $k$  on saatu ratkaisemalla yhtälö

$$k^3 \cdot A = 1,107 \cdot 1,033 \cdot 1,010 \cdot A, \text{ josta saadaan}$$

$$k = \sqrt[3]{1,107 \cdot 1,033 \cdot 1,010} = \sqrt[3]{1,154\dots} = 1,0491\dots \approx 1,049$$

Luku  $A$  on osakkeen alkuarvo.

Kasvukerroin  $k$  on siis geometrinen keskiarvo.

$$\text{b) } k^3 \cdot A = 1,023 \cdot 1,162 \cdot 0,815 \cdot A \quad | : A$$

$$k^3 = 1,023 \cdot 1,162 \cdot 0,815$$

$$k^3 = 0,9688\dots$$

$$k = \sqrt[3]{0,9688\dots}$$

$$k = 0,9894\dots$$

$$k \approx 0,989$$

Osakkeen arvo tuli kuukaudessa keskimäärin 0,989-kertaiseksi, eli arvo oli kuun lopussa 98,9 % kuun alun arvosta. Arvo laski keskimäärin  $100 \% - 98,9 \% = 1,1 \%$  kuukaudessa.

Vastaus a) Ratkaisemalla yhtälö  $k^3 \cdot A = 1,107 \cdot 1,033 \cdot 1,010 \cdot A$  saadaan  $k \approx 1,049 = 104,9 \%$ , josta keskimääräinen muutos kuukaudessa  $104,9 \% - 100 \% = 4,9 \%$ .  
Kyseessä on geometrinen keskiarvo.

b) Osakkeen arvo laski keskimäärin 1,1 % kuukaudessa 2. vuosineljänneksellä.