

## Toisen asteen epäyhtälö

$$\textcircled{E} \quad x^2 < 25$$

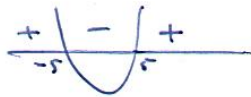
$$\boxed{x^2 - 25 < 0}$$

Nollakohtat yhtälöstä

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

Parabelin merkkikaavio



Vast.  $-5 < x < 5$

# Polynomi tulon muotoon

Keinot:

1) Erotetaan kaikki yhteiset tekijät.

2) Muistikaavat  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$

3) Nollakohtien avulla s. 97

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

4) Ryhmittely

(E)  $x^3 - 9x = x(x^2 - 9) = x(x-3)(x+3)$

(E)  $32x^5 + 8x^4 = 4 \cdot 8 \cdot x^4 \cdot x + 8 \cdot x^4 \cdot 1 = 8x^4(4x+1)$

(E)  $x^4 - 1 = (x^2+1)(x^2-1) = (x^2+1)(x+1)(x-1)$

(E)  $4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = (2x-3)^2$

(E)  $4x^2 + 13x + 9 = \cancel{(2x+3)^2}$  E: voi nelisidä!

Mutta voi käyttää keinoa 3!

Tarkistetaan onko keskimuinen termi sopiva.

$$(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

⇓⇓

Keskimuinen termi ei ole sopiva nelisidä!

## Ryhmittely s. 83

Kun on 4 termiä!

Kahdesta termiparista erotetaan yhteiset tekijät.

Lopuksi erotetaan kokonainen sulkun yhteiseksi tekijäksi!

$$\begin{aligned} \textcircled{E} \quad & \underbrace{6x^3 - 6x^2} + \underbrace{x - 1} \\ &= 6x^2(x-1) + 1(x-1) \\ &= (x-1)\{6x^2 + 1\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{E} \quad & \underbrace{2x^2 - x} + \underbrace{8x - 4} \\ &= x(2x-1) + 4(2x-1) \\ &= (2x-1)\{x+4\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{E} \quad & 2x^2 + 7x - 4 \\ &= 2x^2 - x + 8x - 4 \end{aligned}$$

Tulomuotoon nollakohtien avulla eli keinolla 3!

Tai ryhmittelyllä jos hoksaa tehdä näin

Tehtävä 279 s. 85

$$a) \quad x^3 - x = \textcircled{x} \cdot x \cdot x - \textcircled{x} \cdot 1 = x(x^2 - 1) = x(x^2 - 1^2) \\ = x(x+1)(x-1)$$

Joten

$$\frac{x^3 - x}{x+1} = \frac{x(x+1)(x-1)}{x+1} = \frac{x \overset{1}{\cancel{(x+1)}}(x-1)}{\underset{1}{\cancel{(x+1)}}} \\ = \frac{x(x-1)}{1} = x^2 - x, \quad x \neq -1$$

Määrittelyalue  
perään pilkun perään!

Alakerran eli nimittäjän ympärillä  
on näkymättömät sulut.

Kokonaisia sulkuja saa supistaa,  
mutta sulun sisältä ei saa supistaa.

Vain kertolaskun tekijöitä saa supistaa!  
⇒ Kl-kerrassa oleva kertolasku.  
Alakerrassa oleva kertolasku.

Ⓔ  $\frac{3x^2 - 4}{3x^2 + 5} = E: \text{ voi supistaa!}$

$$\begin{aligned}
 b) \quad \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2 - 1} &= \frac{(x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 1 + 1^2}{(x-1)(x+1)} \\
 &= \frac{(x^2 - 1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 - 1)}{(x-1)(x+1)} \\
 &= \frac{\cancel{(x-1)}\cancel{(x+1)}(x-1)(x+1)}{\cancel{(x-1)}\cancel{(x+1)}} = (x-1)(x+1) = x^2 - 1
 \end{aligned}$$


---

$$b) \quad \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2 - 1} = \frac{(x^2 - 1)^2}{\cancel{x^2 - 1}} = x^2 - 1$$


---

c) Kotona

---

$$\textcircled{E} \quad x^4 - 5x^2 + 4 = x^4 - 9x^2 + 4x^2 + 4 \quad ???$$


---

$$\begin{aligned}
 \textcircled{E} \quad x^4 - 5x^2 + 4 &= \underbrace{x^4 - x^2 - 4x^2 + 4} \\
 &= x^2(x^2 - 1) - 4(x^2 - 1) \\
 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\
 &= (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)
 \end{aligned}$$