

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaavan käyttö

Yhtälö on ehdottomasti oltava tällaisessa järjestyksessä:

186 s.60

$$a) \quad x^2 - 4x + 3 = 0$$

$a=1 \quad b=-4 \quad c=3$

Negatiiviset sulkujen sisään.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$$
$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \frac{4}{2} \pm \frac{2}{2} = 2 \pm 1$$

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$$

$$x = 3 \quad \text{tai} \quad x = 1$$

$$b) \quad 5x^2 + x - 4 = 0$$

$a \quad b \quad c$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 5} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{10} = \frac{-1 \pm 9}{10}$$

$$x = \frac{-1 + 9}{10} \quad \text{tai} \quad x = \frac{-1 - 9}{10}$$
$$= \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \quad \quad \quad = -1$$

Ratkaisukaavaan kirjataan vain kertoimet. Ei äksiä !!!

Solut $\checkmark\checkmark\checkmark$

$$(199) \text{ b) } \frac{x^2}{2} - \frac{(x-3)}{12} = \frac{1}{3} \quad || \cdot 12$$

$$\cancel{12} \cdot \frac{x^2}{\cancel{2}} - \cancel{12} \cdot \frac{(x-3)}{\cancel{12}} = \cancel{12} \cdot \frac{1}{\cancel{3}}$$

$$6x^2 - (x-3) = 4$$

$$6x^2 - x + 3 = 4$$

$$6x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{+1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{12} = \frac{1 \pm 5}{12}$$

$$x = \frac{1+5}{12} \quad \underline{\underline{\text{f.a.}}} \quad x = \frac{1-5}{12}$$
$$= \frac{6}{12} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}} \quad = -\frac{4}{12} = \underline{\underline{-\frac{1}{3}}}$$

200 "Muuttujan arvo" on x-koordinaatti.

"Funktion arvo" on y-koordinaatti.

$f(x)$ on y-koordinaatti.

$g(x)$ on y-koordinaatti.

Funktioiden arvot (eli yht) ovat yhtä suuret:

$$f(x) = g(x)$$

$$(x-4)^2 = (3-x)(3+x)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 16 = 3^2 - x^2$$

$$x^2 - 8x + 16 = 9 - x^2$$

$$2x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7}}{2 \cdot 2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 56}}{4}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{8}}{4} = \frac{8 \pm 2\sqrt{2}}{4} = \frac{8}{4} \pm \frac{2\sqrt{2}}{4}$$

$$= \underline{\underline{2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}}}$$

$$x = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{t.e.} \quad x = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left(x = \frac{4 + \sqrt{2}}{2} \quad \text{t.e.} \quad x = \frac{4 - \sqrt{2}}{2} \right)$$

Tulon nollasääntö

Jos tulo on nolla, niin jonkun tekijöistä on oltava nolla.

$$a \cdot b \cdot c = 0$$

$$a = 0 \text{ tai } b = 0 \text{ tai } c = 0$$

(E) $3x^2 - 4x = 0$

$$x(3x - 4) = 0$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{x = 0}} \quad \text{tai} \quad 3x - 4 &= 0 \\ 3x &= 4 \\ \underline{\underline{x = \frac{4}{3}}} \end{aligned}$$

~~$3x^2 - 4x + 0 = 0$~~
a b c

Riittää ottaa pelkkä x!

(E) $5x^2 = 10x$

$$5x^2 - 10x = 0$$

$$5x(x - 2) = 0$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{x = 0}} \quad \text{tai} \quad x - 2 &= 0 \\ \underline{\underline{x = 2}} \end{aligned}$$

Erötetään yhteiset tekijät!!!

Sitten käytetään tulon nollasääntöä.

206 s. 61

$x = -1$ toteuttaa yhtälön, joten

$$x^2 - (a^2 - 1)x - a^2 = 0$$

$$(-1)^2 - (a^2 - 1)(-1) - a^2 = 0$$

$$1 - [-a^2 + 1] - a^2 = 0$$

$$\cancel{1} + a^2 - \cancel{1} - a^2 = 0 \quad \text{"kumoutuvat"}$$

$$0 = 0$$

tosi

joten yhtälö on tosi a :n arvoista riippumatta, kun $x = -1$.

b) kutitettävä

Toisen asteen epäyhtälö s. 63

Tunnista siitä, että

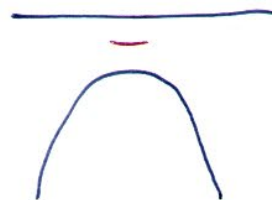
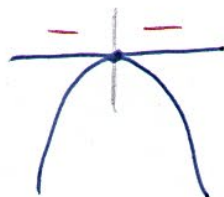
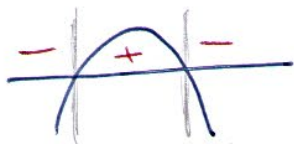
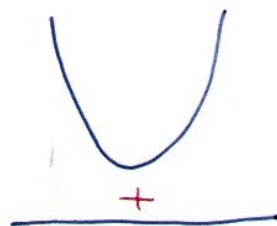
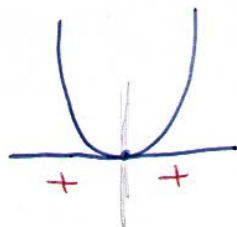
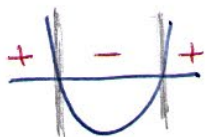
on vertailumerkki: $>, <, \geq, \leq$

ja $(x^2)^\circ$.

Tavoitteena kuva!

↪ Vastaus päätellään kuvasta!

Kuva on "parabelin merkkikuvio".



Plusset ja miinukset ovat y-koordinaattien
etumerkkejä , , ,

⑤

$$x^2 > 4$$

Kaikki termit vasemmalle.

$$x^2 - 4 > 0$$

vasen puoli
on y-koordinaatti!

Vasen puoli on myös
ylöspäin aukeava paraabeli!

Tämä epäyhtälö sanoo,
että y-koordinaatin on oltava
aidosti suurempi kuin nolla.

⇒ Kuvasta etsitään plus-alueet!
Nollakohdat eivät kelpaa.

Nollakohdat vastaavasta yhtälöstä:

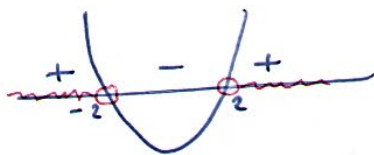
$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

Kaksi nollakohtaa, joten
x-akseli menee paraabelin
läpi kahdesta kohtaa.



Paraabelin merkkikaavio:



Vast: $x < -2$ tai $x > 2$.

(E)

$$x^2 < 9$$

$$x^2 - 9 < 0$$

xlöspäin aukeava paraabeli

$$y < 0$$

Etsitään kuvasta kaikki miinus-alueet!

Nollakohtat:

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

Merkkikaavio:



Vast: $-3 < x < 3$.

$$\text{aläraja} < x < \text{yläraja}$$