

Neliöiminen s. 19

$$\textcircled{E} \quad 9x^2 - 30x + 25 = (3x - 5)^2$$

↑

$$\left( \begin{aligned} &= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 \\ &= 9x^2 - \underline{\underline{30x}} + 25 \end{aligned} \right)$$

Kolmas muistilause s. 25

$$\textcircled{E} \quad 4x^2 - 25 = (2x + 5)(2x - 5)$$

Vaaratilanne

Keskimmäinen termi ei ole sopiva.

$$9x^2 + \underline{\underline{20x}} + 25 = \cancel{(3x + 5)^2} \quad \text{Ei voi neliöidä!}$$

↑  
↙ ↘

Tutkitaan keskimmäinen termi!

$$\begin{aligned} &= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 \\ &= 9x^2 + \underline{\underline{30x}} + 25 \end{aligned}$$

Erilainen keskimmäinen termi  $\Rightarrow$  Ei voi neliöidä!

## Yhteisten tekijöiden erottaminen

$$\begin{aligned} \textcircled{E} \quad 6x^3 - 10x^2 + 2x &= \textcircled{2} \cdot \textcircled{3} \cdot \textcircled{x} \cdot x \cdot x - \textcircled{2} \cdot \textcircled{5} \cdot \textcircled{x} \cdot x + \textcircled{2} \cdot \textcircled{x} \cdot \underline{\underline{1}} \\ &= 2x(3x^2 - 5x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{E} \quad 6x^5 - 8x^4 + 2x^3 &= \textcircled{2} \cdot \textcircled{3} \cdot \textcircled{x} \cdot \textcircled{x} \cdot \textcircled{x} \cdot x \cdot x - \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{x} \cdot \textcircled{x} \cdot \textcircled{x} \cdot x \\ &\quad + \textcircled{2} \cdot \textcircled{x} \cdot \textcircled{x} \cdot \textcircled{x} \cdot \underline{\underline{1}} \\ &= 2x^3(3x^2 - 4x + 1) \end{aligned}$$

$$\textcircled{E} \quad 3 - 12x^2 = \textcircled{3} \cdot 1 - \textcircled{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x = 3(1 - 4x^2)$$

## Murtolausekkeiden supistaminen

Vain kertolaskun tekijät saa supistaa!

(E) Supista:  $\frac{2x^2 + 3}{8 + 2x^2} = E: \text{ voi supistaa!}$

Koska yläkerrassa ei ole kertolaskua eikä alakerrassa ole kertolaskua.

(E) Supista:  $\frac{(3x^2 - 4)(5x + 2)}{(6 - x)(3x^2 - 4)} = \frac{5x + 2}{6 - x}$

Kokonaisia sulkuja saa supistaa mutta sulun sisältö ei saa supistaa!

(E)  $\frac{x^2 - 16}{3x + 12} = \frac{(x - 4)(x + 4)}{3(x + 4)} = \frac{x - 4}{3} = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$

Yläkerta ja alakerta saatettava tulon muotoon

- 1) Erottamalla yhteiset tekijät
- 2) Muistikaavoilla

(E)  $\frac{1 - 9x^2}{1 - 3x} = \frac{(1 + 3x)(1 - 3x)}{(1 - 3x)} = 1 + 3x$

↑  
Alakerran ympärillä on näkyvät sulut!

Klääkerran voi jakaa erikseen

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{E} \quad \frac{3x^3 - 4x^2 + 3x}{x} &= \frac{3x^3}{x} - \frac{4x^2}{x} + \frac{3x}{x} \\ &= 3x^2 - 4x + 3 \end{aligned}$$

Miinusksen erottaminen yhteiseksi tekijäksi:

Näppärä tapa vaihtaa etumerkit!

$$\textcircled{E} \quad 2x^2 - 4x + 6 = -(-2x^2 + 4x - 6)$$

Vaihda etut etumerkit sulun sisällä.

$$\textcircled{E} \quad \frac{3-x}{x-3} = \frac{-x+3}{x-3} = \frac{-\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}} = \frac{-1}{1} = -1$$

s. 27 t. 96 b-kohde

$$\frac{4x^2 + 4x + 1}{3 - 12x^2}$$

$$= \frac{(2x + 1)^2}{3(1 - 4x^2)}$$

*kolmas muuttikaava*

$$= \frac{(2x + 1)(\cancel{2x + 1})}{3(1 - 2x)(\cancel{1 + 2x})} = \frac{2x + 1}{-6x + 3}$$

Katso s.28 kolmanneksi alin rivi ja alin rivi.

Juurrettavan on oltava epänegatiivinen! (Eli suurempi tai yhtäsuuri kuin nolla.)

Neliöjuuren vastaus on aina positiivinen!

## Neliöjuuri

Toisia potensseja

$$2^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{4} = 2$$

$$3^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{9} = 3$$

$$4^2 = 16 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{16} = 4$$

jne...

jne...

$$0,1^2 = 0,01 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{0,01} = 0,1$$

Määrittelyehto sivun 29 keltaisessa laatikossa.

Määrittelyehto parillisille juurille

Juurrettavan oltava  $\geq 0$  !!!

Ⓔ

$$\sqrt{x+3}$$

Määrittelyehto:  $x+3 \geq 0$

$$\underline{\underline{x \geq -3}}$$

Määrittelyalue

Juuren  
indeksi

$$\sqrt[2]{x+3}$$

Juurrettava

Yhtälön ratkaisua s.31

⑤

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm \sqrt{4} = \pm 2$$



Parillisilla juurilla  
tulee plusmiinus!

⑤

$$3x^2 - 75 = 0$$

$$3x^2 = 75 \quad || :3$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm \sqrt{25} = \pm 5$$

## Juurien sieventäminen

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\textcircled{E} \quad \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\textcircled{E} \quad \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

Huom: Sivulla 36 on myös osamäärän neliöjuurikaava (!!!) ja neliöjuuri toisesta potenssista, jolloin vastaukseen tulee itseisarvo !!!

Tutki s.37 E2 !



## Khteen- ja vähennyyslasku

Vain samat juuret keskenään!

$$\textcircled{E} \quad \begin{array}{ccccccc} 8\sqrt{2} & + & 3\sqrt{5} & - & 2\sqrt{2} & + & 2\sqrt{5} \\ \hline & & & & & & \end{array}$$

$$= 6\sqrt{2} + 5\sqrt{5}$$

$$\textcircled{E} \quad 3\sqrt{5} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{50}$$

$$= 3\sqrt{5} - 4\sqrt{2} + 2 \cdot 5\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{5} + 6\sqrt{2}$$

$$\textcircled{E} \quad \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

Tämän voi sieventää!

## Desimaalilukujen kertolasku

Vastauksessa täytyy olla yhtä monta desimaalia kuin lähtöarvoissa!

$$\textcircled{E} \quad 0,0002 \cdot 0,007 = 0,0000014$$



yht. 7 pilkun  
jälkeistä  
numeroa



Myös 7 pilkun  
jälkeistä numeroa.

$$\textcircled{E} \quad 0,1 \cdot 0,1 = 0,01$$

$$\textcircled{E} \quad 0,05 \cdot 0,008 = 0,00040$$

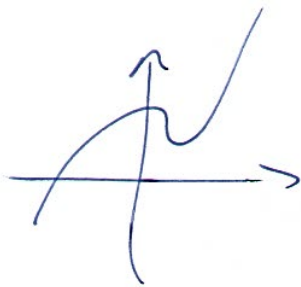
**Huom: Tämä liittyy ykköskurssin lukuun funktiosta !!!**

**Älä välitä tästä häivääkään !!!**

"Kuvaus" eli funktion kuvaaja

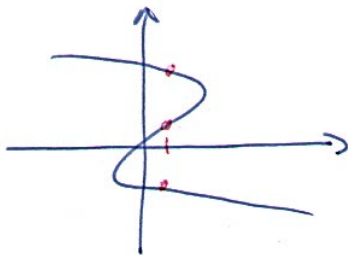
Millään  $x$ -koordinaatilla ei saa olla  
enempää kuin yksi  $y$ -koordinaattia!

(E)



On "kuvaus"  
eli "funktion" kuvaaja.

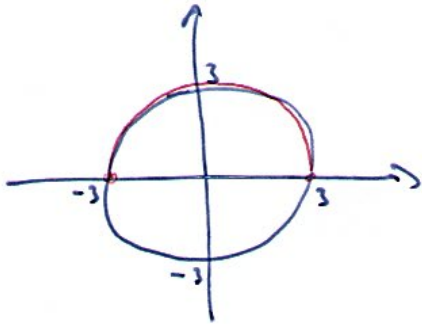
(E)



E: ole kuvaus.

E: ole funktion kuvaaja.

## Origokeskinen ympyrä



Ympyrän yhtälö on

$$x^2 + y^2 = R^2$$

Tässä säde  $R = 3$ .

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 3^2$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

Ratkaistaan ensin  $y$ :

$$y^2 = 9 - x^2$$

$$y = \pm \sqrt{9 - x^2}$$

Ympyrän ylemman kaaren yhtälö on



$$y = +\sqrt{9 - x^2}$$

Alemman kaaren yhtälö on



$$y = -\sqrt{9 - x^2}$$