# Pyydetyt ratkaisut

**s.58 t. 97 c)**
on malliratkaisuissa ihan hyvin. Jos joku kohta jää epäselväksi, tule juttelemaan opettajan kanssa.

**s.70 t. 127 bc**

c) Potenssin oltava yksinään vasemmalla!

| | |
|---|---|
| $1{,}3^{x} \cdot 150 = 750 \quad \vert :150$ | Jaetaan potenssin kerroin pois, jotta saadaan potenssi yksinään vasemmalle. |
| $1{,}3^{x} = 5$ | Koska kantalukuja ei saada samoiksi, käytetään logaritmin määritelmää! |
| $\log_{1,3} 5 = x$ | Potenssin kantaluku logaritmin kantaluvuksi jne… |
| $x = \log_{1,3} 5 = \frac{\ln 5}{\ln 1{,}3} \approx 6.13$ | Jos laskimesi laskee logaritmin $\log_{1,3} 5$ niin kantaluvun vaihtokaavaa ei tarvitse käyttää. |

Lasku ClassPad Manager -laskinohjelmalla:

```
ln(5)/ln(1.3)
                              6.134364052
log(1.3,5)
                              6.134364052
```

b)

| | |
|---|---|
| $(5^{x})^{2} = 100$ | Potenssin potenssissa eksponentit kerrotaan. |
| $5^{2x} = 100$ | Kantalukuja ei saa samoiksi, joten käytetään logaritmin määritelmää! |
| $\log_{5} 100 = 2x \quad \vert :2$ | Potenssin kantaluku logaritmin kantaluvuksi jne… |
| $x = (\log_{5} 100)/2$<br>$= 1{,}43$ | Jos laskimeesi ei voi syöttää logaritmin kantalukua 5, niin käytä kantaluvun vaihto-kaavaa! |

Lasku ClassPad Manager -laskinohjelmalla:

```
log(5,100)/2
                              1.430676558
```

**s.71 t. 133**

a) Malliratkaisu on ihan hyvä.

b) Katso edeltä tehtävän 127 c-kohta. Tee tämä samalla tavalla.

c) Sama ohje kuin b-kohdassa.

**s. 71 t. 134**

Sama ohje kuin edellisessä tehtävässä.

**s.72 t. 135**

Jos jotain lukua ei tiedetä, merkitään sitä x:llä. (tai **niin kuin tässä m:llä** tai a:lla tai b:llä tai …)

Alkuperäinen massa kiloina olkoon m, **koska sitä ei tiedetä !!!**

Neljäsosa siitä on $\frac{1}{4}m$ .

Kun tehtävän tekstin lukee huolella, huomaa, että kun puoliintumisaikoja

kuluu x kappaletta, niin jäljellä olevan jodin määrä on $\mathbf{m \cdot 0{,}5^x}$ .

Puoliintumisaika on nyt 8,02 vuorokautta. Näitä aikoja kuluu siis x kappaletta.

Otetaan siis selvää, montako puoliintumisaikaa kuluu, jotta jäljellä on enää (1/4)m kg jodia.

Alkuperäinen määrä on siis m kg jodia.

Loppumäärä on siitä neljäsosa.

Loppumäärä voidaan toisaalta laskea kaavalla $m \cdot 0{,}5^x$ .

Nämä kaksi yhdistämällä saadaan yhtälö, josta puoliintumisaikojen määrä x voidaan ratkaista:

$\mathbf{m \cdot 0{,}5^x = (1/4)m}$ |:m Kun yhtälö jaetaan m:llä, se supistuu sekä vasemmalta että oikealta.

$0{,}5^x = \frac{1}{4}$ eli

$0{,}5^x = 0{,}25$ josta logaritmin määritelmällä

$x = \log_{0,5} 0{,}25 = 2$

koska laskinohjelmalla

```
log(0.5, 0.25)
                                    2
```

Vaihtoehtoisesti yhtälön olisi voinut ratkaista kantaluvut samoiksi -menetelmällä:

$0{,}5^x = 0{,}25$ jos huomaa, että $0{,}5^2 = 0{,}25$

$0{,}5^x = 0{,}5^2$

$x = 2$

Lopuksi lasketaan kulunut aika vuorokausina. Kuluu siis kaksi puoliintumisaikaa eli $2 \cdot 8{,}02$ vrk ≈ 16 vrk

b) Kuten edellä. Nyt vain loppumäärä on kymmenesosa alkuperäisestä massasta m eli (1/10)m.

**s.72 t. 136**

Jos matematiikassa sanotaan, että ”Oletetaan…” , niin se tarkoittaa, että kyseinen asia tiedetään !

Eli nämä tiedetään:

$\mathbf{\log_k a = x}$

$\mathbf{\log_k b = y}$

Vastaaviin potenssiyhtälöihin päästään käyttämällä logaritmin määritelmää !

$\log_k a = x \quad \leftrightarrow \quad k^x = a$

$\log_k b = y \quad \leftrightarrow \quad k^y = b$

Joten nyt tiedetään nekin.

Muodostetaan nyt ohjeen mukainen lauseke tulolle a kertaa b , koska sitä kautta saadaan laadittua hieno todistus halutulle yhtälölle:

$a \cdot b = k^x \cdot k^y = k^{x+y}$ Samankantaisten kertolaskussa eksponentit summataan.

Tämä kaikki siis tiedetään.
Mietitään nyt hetki, mitä pitää todistaa: $\mathbf{\log_k(a \cdot b) = \log_k a + \log_k b}$
**Tässä kohtaa pitää huomata, että oikealla puolella ovat x ja y !!!**
Lisäksi pitää hoksata käyttää logaritmin määritelmää edelliselle yhtälölle näin:

$a \cdot b = k^{x+y} \quad \leftrightarrow \quad \log_k(a \cdot b) = x + y$

Näiden viimeisten juttujen perusteella:

$\mathbf{\log_k(a \cdot b)} = x + y = \mathbf{\log_k a + \log_k b}$

mikä oli todistettava.

Tässä oli siis itse hoksattava aika paljon! John Napier onnistui tässä vuonna 1614 ja tuli kuuluisaksi.

b) Voit nyt kokeilla itse todistaa b-kohta.