

Vastaluku voidaan muodostaa etumiinuksella!

Itseisarvo on aina suurempi tai yhtä suuri kuin nolla.

s.19 t. 22

Tämä on pohdinta-tehtävä !

- a) a tarkoittaa jotain lukua.
- a tarkoittaa sen luvun vastalukua
Nyt: $-a < 0$
On siis hoksattava millaisen luvun vastaluku on negatiivinen.
No tietenkin positiivisen luvun vastaluku on negatiivinen.
Vast: $a > 0$ (eli vastaukseen tulevat kaikki positiiviset luvut)

- d) a tarkoittaa jotain lukua
- a tarkoittaa sen luvun vastalukua

Mietitään eri vaihtoehtoja:

1) Jos a on nolla, niin saadaan: $0 > 0$ Tämä on epätosi, joten a ei voi olla nolla.

2) Jos a on jokin positiivinen luku, esim. 2, niin saadaan
 $|2| > -2$ joka on tosi. Kakkonen siis kelpaa.
Yleisesti: Kaikkien positiivisten lukujen vastaluku on negatiivinen.
Ja itseisarvo on aina suurempi kuin negatiivinen luku.
Näin ollen kaikki positiiviset luvut kelpaavat.

3) Jos a on jokin negatiivinen luku, esim. -3, niin saadaan
 $|-3| > -(-3)$ eli $3 > 3$ Tämä on epätosi, joten a ei voi olla -3.
Yleisesti: Kaikkien negatiivisten lukujen vastaluku on positiivinen. Toisaalta myös niiden itseisarvo on positiivinen. Näin vasen puoli on aina yhtä suuri kuin oikea puoli, mutta ei suurempi kuin oikea puoli. Negatiiviset luvut eivät siis kelpaa.

Vast: $a > 0$ (Eli vain positiiviset luvut kelpaavat vastaukseen.)

Jos jotain ei tiedetä, merkitään sitä x:llä !!! (Tai a:lla tai b:llä tai...)

Murto-osan ottaminen luvusta: Murtoluvulla kerrotaan kokonaismäärä !

s.27 t. 36

Taimien määrää ei tiedetä, joten merkitään sitä x:llä. Taimia on siis x kappaletta.

Niistä Farid istuttaa $\frac{2}{5}$. Jäljelle jää $\frac{3}{5}$ taimista eli $\frac{3}{5}x$ tainta.

Näistä $\frac{3}{5}x$ taimesta Harri istuttaa $\frac{1}{3}$. Jäljelle jää $\frac{2}{3}$ tuosta määrästä $\frac{3}{5}x$.

Jäljelle jää siis $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}x = \frac{2}{5}x$ tainta.

Tämä jäljellä oleva määrä on toisaalta 960 tainta, jotka Jin istuttaa.

Näin saadaan yhtälö, josta taimien kokonaismäärä x voidaan ratkaista:

$$\frac{2}{5}x = 960 \quad | \cdot \frac{5}{2}$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5}x = 960 \cdot \frac{5}{2} \quad (\text{Tämä välivaihe lasketaan yleensä päässä.})$$

$$x = 960 \cdot \frac{5}{2}$$

$$x = 2400$$

Vast: 2400 tainta.

Epäyhtälö ratkaistaan kuin yhtälökin. Ainoa ero: Jos epäyhtälö kerrotaan tai jaetaan negatiivisella luvulla, vertailumerkin suunta vaihtuu !

s.39 t. 59

- a) $3(x-7) < 6x - 3$ Kerrotaan sulut auki. 3:lla kerrotaan kaikki sulun sisällä olevat termit.
- $3x - 21 < 6x - 3$ x-termit vasemmalle, muut termit oikealle.
- $3x - 6x < -3 + 21$ Kun yksittäinen termi siirretään vertailumerkin toiselle puolelle sen etumerkki vaihtuu!
- $-3x < 18$ Jaetaan x:n kertoimella, joka nyt on negatiivinen !!!
- $x > 18/(-3)$ Huomaa, että vertailumerkin suunta on vaihtunut !!!
- $x > -6$
- b) $2 - 3(4x+1) \geq 2x - 3$ Kerrotaan sulut auki.
- $2 - 12x - 3 \geq 2x - 3$ Sievennetään vasenta puolta.
- $-12x - 1 \geq 2x - 3$ x-termit vasemmalle. Muut termit oikealle.
- $-12x - 2x \geq -3 + 1$ Huomaa, että siirrettyjen termien etumerkki on vaihtunut!
- $-14x \geq -2$ Jaetaan x:n kertoimella, joka on negatiivinen, joten vertailumerkin suunta muuttuu.
- $x \leq -2/(-14)$
- $x \leq 1/7$
- c) $\frac{2x+1}{3} - x > \frac{2x-2}{5}$ Kerrotaan epäyhtälö 15:lla, koska se supistaa sekä 3:n että 5:n.
- $15 \cdot \frac{(2x+1)}{3} - 15x > 15 \cdot \frac{(2x-2)}{5}$ Kaikki kolme lauseketta on kerrottu 15:lla.
Yläkerrat sulkuihin, koska niissä on summa/erotus !
- $5(2x+1) - 15x > 3(2x-2)$ Sulut oltava !!!
- $10x + 5 - 15x > 6x - 6$
- $-5x - 6x > -6 - 5$
- $-11x > -11$ Jaetaan -11:lla, joka on negatiivinen!
- $x < -11/(-11)$ Vertailumerkin suunta on muuttunut!
- $x < 1$

Sulkujen kertolaskuohje: $a(b+c) = ab + ac$

Sama käänteiseen suuntaan: $ab + ac = a(b+c)$

jota kutsutaan ”yhteisen tekijän erottamiseksi”

Nollalla ei saa jakaa !

Kun yhtälössä tai epäyhtälössä yksittäinen termi siirretään toiselle puolelle, sen etumerkki vaihtuu !

s.40 t. 62

$ax + 2a = 5x + a + 1$ Ratkaistaan yhtälöstä x . x -termit vasemmalle, muut oikealle.

$ax - 5x = a + 1 - 2a$ Erotetaan vasemmalla puolella x yhteiseksi tekijäksi.

$x(a-5) = 1 - a$ Jaetaan x :n kertoimella, joka nyt on sulkulauseke.

$$x = \frac{1 - a}{a - 5}$$

Koska nollalla ei saa jakaa, niin tutkitaan milloin nimittäjä (alakerta) on nolla:

$$a - 5 = 0$$

$$a = 5$$

a ei siis saa olla viitonen.

Vast: Yhtälöllä ei ole ratkaisua, kun $a=5$.

s.40 t. 63

$5(2-2x) = 3a - 10x$ Ratkaistaan x .

$$10 - 10x = 3a - 10x$$

$$-10x + 10x = 3a - 10$$

$$0 = 3a - 10$$

Tämä on tosi, jos

$$3a - 10 = 0$$

$$3a = 10$$

$$a = 10/3$$

Jos tämä on tosi (eli $0=0$), niin kaikki luvut ovat yhtälön ratkaisuja. Vasen puoli on nolla, joten oikean puolenkin on oltava nolla.

Vast: Kun $a = 10/3$, niin yhtälö on identtisesti tosi.

s.49 t. 78

a) $11^{12} = 3.138428377 \cdot 10^{12}$ Näppäily x^y -painikkeen avulla pikkulaskimessa.

b) Samalla tavalla kuin a-kohta.

c) $\frac{8,3 \cdot 10^3}{5,26 \cdot 10^7} = 1.577946768 \cdot 10^{-4}$

Pikkulaskimissa sekä yläkerta että alakerta syötetään **Exp- tai EE-näppäimen avulla !!!**

8,3 Exp 3 jaettuna 5,26 Exp 7 on

d) Näppäily pikkulaskimella:

2,998 Exp 8 kertaa

4,5 Exp **Tässä kohdassa merkinvaihto-miinus, ei vähennyslaskumiinusta! 12**

s.50 t. 85

Nyt 720 kania.

Määrä 1,3-kertaistuu vuodessa.

n-vuoden kuluttua määrä on 1,3-kertaistunut n kertaa.

Tämä on helpointa ilmaista potenssilla $1,3^n$.

a) $n=2$ Loppumäärä on $1,3^2 \cdot 720 = 1,32 \cdot 1,32 \cdot 720 = 1216.8$ Vast: 1216 (Seuraava kani on vielä kesken.)

b) $n=12$ Loppumäärä on $1,3^{12} \cdot 720 = 16774.62129$ Vast: 16774 kania. (Seuraava kani on vielä kesken.)

c) Loppumäärä on $1,3^n \cdot 720$

s.58 t. 99

Sievennettynä malliratkaisun pyramidi näyttää tältä:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 2a & & \\ & & & & a^{10} & : & 1/(2a^2) \\ & & & & a^3/8 & \cdot & 8a^2 & \cdot & a^2/16 \\ a^6 & : & 8a^3 & \cdot & a^4 & : & 16a^2 \end{array}$$

Esim.

$$(a^3)^2 = a^6$$

$$(2a)^3 = 2^3 \cdot a^3 = 8a^3$$

$$\frac{a^6}{8a^3} = \frac{a^3}{8}$$

$$\frac{a^{10}}{\frac{a^3}{8}} = a^{10} \cdot \frac{8}{a^3} = a^7 \cdot 8 = 8a^7 \text{ joka poikkeaa pyramidissa olevasta punaisesta termistä } 8a^2.$$

Malliratkaisun pyramidi on siis väärin.