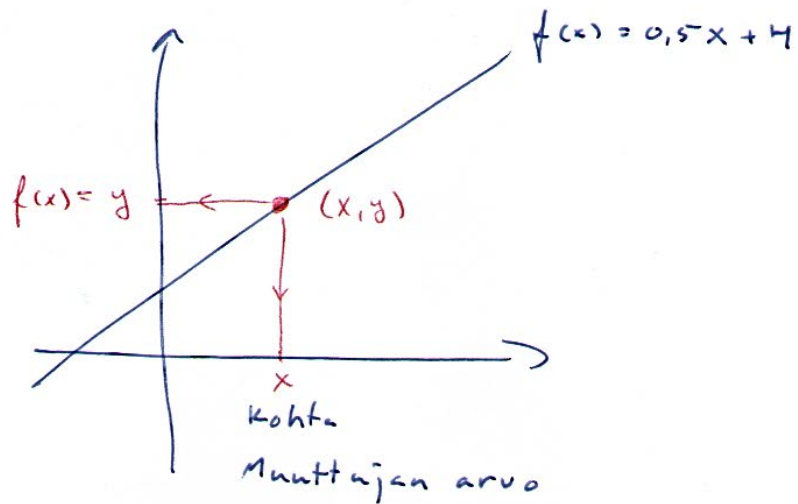


# Funktio

Arvo  
Funktion arvo



## Välit x-akselilla

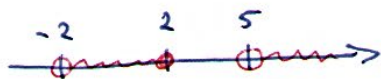


$$1 \leq x \leq 4$$

Yhtenäinen väli:

$$\boxed{\text{Alaraja} \leq x \leq \text{Yläraja}}$$

Täytetty ympyrä: Päätepisteet  
kuuluvat mukaan.



$$-2 < x \leq 2 \text{ tai } x > 5$$

Erilliset alueet kirjataan tai - sanan avulla.

Tyhjä ympyrä: Päätepiste  
ei tule mukaan.

## Aritmeettinen jono s. 154

Lisätään koko ajan sama luku.

3, 5, 7, 9, 11, 13, ...

Lisättyä lukua merkitään:  $d$

Se on "differentssi" eli "erotusluku".

Aritmeettinen jono, jos jälkimmäinen miinus edellinen pysyy samana!

$$\underline{d} = 5 - 3 = 7 - 5 = 9 - 7 = 11 - 9 = 13 - 11 = \underline{2} = \underline{\text{vakio}}$$

⑤ 5, 10, 15, ... Onko jono aritmeettinen?

$$d = 10 - 5 = 15 - 10 = 5 = \text{vakio}$$

joten on aritmeettinen lukujaono.

---

Järjestysnumeroita

1, 2, 3, ...,  $n-2$ ,  $n-1$ ,  $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$ , ...

Aritmeettisen jonon "gleinen jäsen" eli laskukaava:

TK s. 20

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

(E) Lukujonon ensimmäinen jäsen on:  $a_1 = 4$

Differenssi on:  $d = 3$

Mikä on sadas jäsen? Jono on aritmeettinen.

$$\begin{aligned} a_{100} &= a_1 + (n-1)d \\ &= 4 + (100-1) \cdot 3 \\ &= 301 \end{aligned}$$

Laskukaavaa voidaan käyttää myös yhtälönä!

(E)  $a_1 = 2$  Määritä erotusluku  $d$ .

$a_5 = 200$   $2, \dots, 200, \dots$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_5 = 2 + (5-1)d$$

$$200 = 2 + (5-1)d$$

$$d = 49,5$$

$$\begin{aligned} 198 &= 4d \\ d &= \frac{198}{4} = 49,5 \end{aligned}$$

Ratkaistaan tästä yhtälöstä  $d$ !

Tai:  $a_1 = 2$   $a_2$   $a_3$   $a_4$   $a_5 = 200$

$\xrightarrow{+d}$   $\xrightarrow{+d}$   $\xrightarrow{+d}$   $\xrightarrow{+d}$   $\Rightarrow 2 + 4d = 200$   
 $\Rightarrow d = 49,5$

(E)  $a_1$   
 $(82), 94, 106, \dots$

a) Onko jono aritmeettinen?

$$d = 94 - 82 = 106 - 94 = (12) = \text{vakio}$$

joten jono on aritmeettinen.

b) Määritä 250 jäsen.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{(250)} = 82 + (250-1)12 = 3070$$

c) Onko 12 452 lukujonon jäsen?

Ratkaistaan järjestysnumero  $n$  yhtälöstä

$$a_n = 12\,452$$

$$a_1 + (n-1)d = 12\,452$$

$$82 + (n-1)12 = 12\,452$$

$$\begin{aligned} 82 + 12n - 12 &= 12\,452 \\ 12n &= 12\,452 + 12 - 82 \\ 12n &= 12\,382 \\ n &= \frac{12\,382}{12} = 1031,83 \end{aligned}$$

josta laskimella  $n = 1031,83$

Ei kelpaa järjestysnumeroksi.

Vast: E: ole jonon jäsen.

d) Kuinka moni termi on alle 100 000?

Ratkaistaan  $n$  epäyhtälöstä

$$a_n < 100\,000$$

$$a_1 + (n-1)d < 100\,000$$

$$82 + (n-1)12 < 100\,000$$

josta laskinohjelmalla  $n < 8327,5$

Vast. Alle 100 000 olevia termejä on 8327 kpl.

## Aritmeettinen summa s. 167

Summassa olevat luvut muodostavat aritmeettisen jonon!

$n$  lukua summataan:

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

Ensimmäisen termin ja viimeisen termin keskiarvo!

Tuo  $n$  on:

1) Lukujen lukumäärä.

2)  $n$  on myös viimeisen termin järjestysnumero!!!

Tällöin saa selville montako lukua summassa on!

$$\textcircled{E} \quad \underbrace{3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19}_{9 \text{ lukua}}$$

$$= n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} = \underline{\underline{9 \cdot \frac{3 + 19}{2} = 99}}$$

⑤  $4 + 10 + 16 + \dots + 178 = ?$  Aritmeettinen.



Mikä on tämän viimeisen termin järjestyksennumero?  
 $n = ?$

$$a_n = 178$$

$$a_1 + (n-1)d = 178$$

$$4 + (n-1)6 = 178$$

$$n = 30$$

$$d = 10 - 4 = 6$$

Viimeisen termin järjestyksennumero on 30 !

⇒ Summassa on 30 lukua !!!