

## TEHTÄVIEN RATKAISUT

- 8-1.** Eiffelin torni on monimutkainen teräsrakennelma. Mallinnetaan sitä 324 m pitkällä terästangolla. Teräksen pituuden lämpötilakerroin on  $\alpha_{\text{teräs}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ . Lämpötilan vaihtelu on  $\Delta T = (25 - 2) \text{ K} = 23 \text{ K}$ . Ei ole tiedossa, missä lämpötilassa ilmoitettu tornin korkeus on mitattu, mutta tekemättä lopputuloksen kannalta merkittävää virhettä voimme olettaa, että se on tornin korkeus lämpötilassa  $+2 \text{ }^\circ\text{C}$ . Eiffel-tornin pituuden vaihteluksi voimme siis arvioida

$$\Delta l = \alpha_{\text{teräs}} l_0 \Delta T = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K} \cdot 324 \text{ m} \cdot 23 \text{ K} = 0,089424 \text{ m} \approx 9 \text{ cm}.$$

- 8-2.** Oikea vaihtoehto on c.

- 8-3.** Raudan pituuden lämpötilakerroin on  $11,7 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$  ja messingin  $19 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ . Koska messingillä on suurempi pituuden lämpötilakerroin kuin raudalla, rautarengas irtoaa, kun osa jäädytetään. Jäähdytettäessä messinki supistuu enemmän kuin rauta.

- 8-4.** a) Kaksoismetallimitarissa on kaksoismetalliliuska, joka taipuu lämmön vaihdellessa, koska metalleilla on eri lämpötilakerroin. Taipuminen on suoraan verrannollinen lämpötilan muutokseen.

b) Kuparin pituuden lämpötilakerroin on  $17 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$  ja teräksen  $11 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ . Koska kuparin lämpötilakerroin on suurempi kuin teräksen, kuparinen suikale eli ruskea suikale laajenee enemmän kuin teräksinen eli harmaa suikale. Kaksoismetalliliuskan päät kaareutuvat alaspäin.

- 8-5.** Videon tietojen perusteella  $t_1 = 21,4 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 100,6 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $l_0 = 0,500 \text{ m}$ ,  $\Delta l = 0,44 \text{ mm}$ .

Pituuden lämpölaajenemisen yhtälöstä  $\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$  voidaan ratkaista lämpötilakerroin:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T} = \frac{0,44 \text{ mm}}{500 \text{ mm} \cdot (100,6 - 21,4) \text{ K}} \approx 1,1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \approx 11 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}.$$

Taulukkokirjan mukaan raudan lämpötilakerroin on  $11,7 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ . Metalliputki on todennäköisesti rautaa.

- 8-6.** a)  $t_1 = -12,0 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = +78,0 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $l_0 = 912 \text{ mm}$ ,  $\alpha_{\text{kupari}} = 16,8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ .

Vaihtoehto 1:

Sijoitetaan suureiden arvot pituuden lämpölaajenemisen yhtälöön:

$$\begin{aligned} l &= l_0 (1 + \alpha_{\text{kupari}} \Delta T) \\ &= 912 \text{ mm} \cdot \left( 1 + 16,8 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot (78,0 - (-12,0) \text{ K}) \right) \\ &= 913,38 \text{ mm} \\ &\approx 913 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Vaihtoehto 2:

Akselin pituuden lämpölaajeneminen saadaan yhtälöstä  $\Delta l = \alpha_{\text{kupari}} l_0 \Delta T$ .

Lämpötilan muutos on celsiusasteina  $78,0 \text{ }^\circ\text{C} - (-12,0 \text{ }^\circ\text{C}) = 90 \text{ }^\circ\text{C}$  ja kelvineinä  $\Delta T = 90 \text{ K}$ . Pituuden muutokseksi saadaan

$$\Delta l = \alpha_{\text{kupari}} l_0 \Delta T = 16,8 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 0,912 \text{ m} \cdot 90 \text{ K} \approx 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,38 \text{ mm}.$$

Akselin pituus lämpötilassa  $+78,0 \text{ }^\circ\text{C}$  on silloin

$$l = l_0 + \Delta l = 912 \text{ mm} + 1,38 \text{ mm} \approx 913 \text{ mm}.$$

**b)** Rautatiekiskon pituuden muutos saadaan yhtälöstä  $\Delta l = \alpha_{\text{teräs}} l_0 \Delta T$ .

Lämpötilan muutos on  $-25,0 \text{ }^\circ\text{C} - (+18,0 \text{ }^\circ\text{C}) = -43,0 \text{ }^\circ\text{C}$  ja kelvineinä  $\Delta T = -43,0 \text{ K}$ . Pituuden muutokseksi saadaan

$$\Delta l = \alpha_{\text{teräs}} l_0 \Delta T = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 20 \text{ m} \cdot (-43 \text{ K}) \approx -0,01 \text{ m} = -1 \text{ cm}.$$

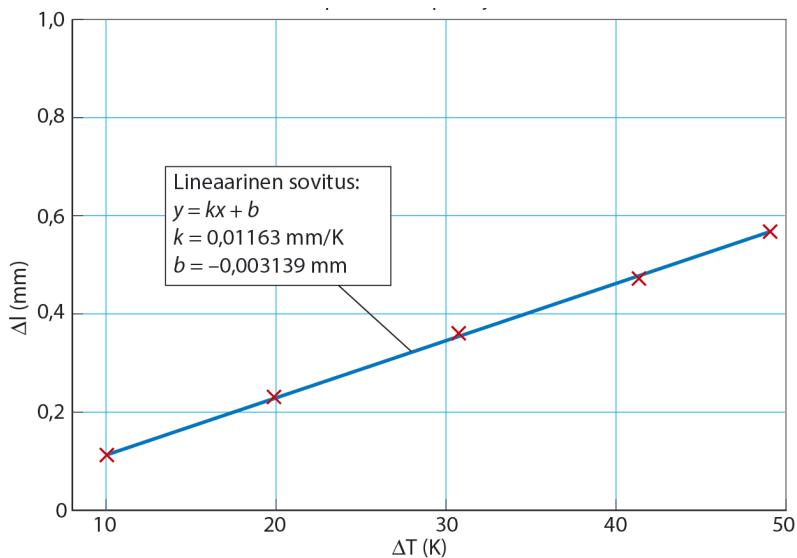
Kiskon pituus  $-25,0 \text{ }^\circ\text{C}$ :n lämpötilassa on

$$l = l_0 + \Delta l = 2000 \text{ cm} + (-1 \text{ cm}) = 1999 \text{ cm}.$$

8-7. Täydennetään taulukko lisäämällä siihen kutakin mittauspistettä vastaava lämpötilan muutos  $\Delta T(\text{K}) = \Delta t(^{\circ}\text{C}) = (t(^{\circ}\text{C}) - 8,2)$ :

$t(^{\circ}\text{C})$	18,2	28,0	39,0	49,5	57,3
$\Delta T(\text{K})$	10,0	19,8	30,8	41,3	49,1
$\Delta l(\text{mm})$	0,11	0,23	0,36	0,47	0,57

Luetaan taulukon  $\Delta T$ - ja  $\Delta l$ -arvot mittausohjelmaan, joka tekee niistä graafisen esityksen. Tehdään ohjelman avulla mittauspisteisiin lineaarinen sovitus.



Mittausohjelma antaa suoran yhtälöksi

$$\Delta l = 0,01163 \frac{\text{mm}}{\text{K}} \cdot \Delta T - 0,003139 \text{ mm},$$

jonka mukaan kulmakerroin on  $\alpha l_0 = 0,01163 \frac{\text{mm}}{\text{K}}$ . Tästä saadaan

kyseisen metallin pituuden lämpötilakertoimeksi

$$\alpha = \frac{0,01163 \frac{\text{mm}}{\text{K}}}{l_0} = \frac{0,01163 \frac{\text{mm}}{\text{K}}}{982 \text{ mm}} \approx 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}.$$

Taulukkokirjan mukaan raudan lämpötilakerroin on  $11,7 \cdot 10^{-6} (1/\text{K})$ , joten metallitanko on rautaa.

- 8-8.** Akselin halkaisija kasvaa lämpötilan kasvaessa, joten halkaisijan pituuden kasvu on

$$\Delta l = \alpha l \Delta T = 21 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 65,00 \text{ mm} \cdot 75 \text{ K} \approx 0,10 \text{ mm}.$$

Huoneen lämpötilassa akseli oli 0,10 mm alimittainen.

- 8-9.**  $m = 0,35 \text{ g}$ ,  $\Delta T = 40 \text{ K}$ ,  $V_0 = 55,48 \text{ ml}$ ,  $\rho = 0,9832 \text{ g/ml}$ ,  
 $\gamma_{\text{vesi}} = 0,21 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K}$ .

Veden tilavuuden muutos on

$$\Delta V_{\text{vesi}} = \gamma_{\text{vesi}} \cdot V_0 \cdot \Delta T = 0,21 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{\text{K}} \cdot 55,48 \text{ ml} \cdot 40 \text{ K} = 0,466032 \text{ ml}.$$

Astiasta ylivirranneen veden tilavuus on

$$V_{\text{yli}} = \frac{m}{\rho_{\text{vesi}}} = \frac{0,35 \text{ g}}{0,9832 \frac{\text{g}}{\text{ml}}} = 0,355980 \text{ ml}.$$

Astiaan lämmityksen jälkeen jääneen veden tilavuus on silloin

$$\begin{aligned} V_{\text{vesi}} &= V_0 + \Delta V_{\text{vesi}} - V_{\text{yli}} \\ &= 55,48 \text{ ml} + 0,466032 \text{ ml} - 0,355980 \text{ ml} \\ &= 55,5901 \text{ ml}. \end{aligned}$$

Astian tilavuus on kasvanut

$$\Delta V_{\text{astia}} = 55,5901 \text{ ml} - 55,48 \text{ ml} = 0,110100 \text{ ml}.$$

Yhtälöstä  $\Delta V_{\text{astia}} = \gamma_{\text{astia}} V_0 \Delta T$  saadaan astian tilavuuden lämpötilakertoimeksi

$$\gamma_{\text{astia}} = \frac{\Delta V_{\text{astia}}}{V_0 \cdot \Delta T} = \frac{0,1101 \text{ ml}}{55,48 \text{ ml} \cdot 40 \text{ K}} \approx 50 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}.$$

Kuparin pituuden lämpötilakerroin on  $16,8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ , joten kuparin tilavuuden lämpötilakerroin on noin  $3 \cdot 16,8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K} = 50,4 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ .

Astia on todennäköisesti kuparia.