

TEHTÄVIEN RATKAISUT

10-1. Kuvassa c sähköiset voimat on piirretty oikein. Kaksi negatiivisesti varattua hiukkasta kohdistavat toisiinsa hylkivät voimat. Kahden kappaleen vuorovaikutuksessa kappaleiden toisiinsa kohdistamat voimat ovat yhtä suuria ja vastakkaissuuntaisia.

10-2. a) Coulombin voiman suuruus on

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(1,5\text{m})^2} = 0,03994 47 \text{ N} \approx 0,040 \text{ N}.$$

b) Coulombin voiman suuruus on

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(3,0\text{m})^2} = 0,00998 617 \text{ N} \approx 0,010 \text{ N}.$$

c) Voimien suuruuksien suhde on $\frac{0,03994 47 \text{ N}}{0,00998 617 \text{ N}} \approx 4,0$.

Pallojen toisiinsa kohdistaman voiman suuruus pienenee neljäsosaan, kun välimatka kasvaa kaksinkertaiseksi.

10-3. a) Pallojen välisen Coulombin voiman suuruus tyhjiössä on

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{4,5 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ C}}{(2,5\text{m})^2} \approx 29 \text{ kN}.$$

Voima on hylkimisvoima.

b) Pallojen välisen Coulombin voiman suuruus ilmassa on

$$F = \frac{k}{\epsilon_{r, \text{ilma}}} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2}{1,0006} \cdot \frac{4,5 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ C}}{(2,5\text{m})^2} \approx 29 \text{ kN}.$$

Voima on hylkimisvoima.

c) Pallojen välisen Coulombin voiman suuruus vedessä on

$$F = \frac{k}{\epsilon_{r, \text{vesi}}} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2}{81} \cdot \frac{4,5 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ C}}{(2,5 \text{ m})^2} \approx 360 \text{ N}.$$

Voima on hylkimisvoima.

d) Lasketaan kuinka moninkertainen voima ilmassa on verrattuna voimaan vedessä.

$$\frac{F_{\text{ilma}}}{F_{\text{vesi}}} = \frac{\frac{k}{\epsilon_{r, \text{ilma}}} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}}{\frac{k}{\epsilon_{r, \text{vesi}}} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}} = \frac{\epsilon_{r, \text{vesi}}}{\epsilon_{r, \text{ilma}}} = \frac{81}{1,0006} \approx 81\text{-kertainen}.$$

10-4. Sähköisen vetovoiman suuruus on Coulombin lain mukaan

$$F = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = k \frac{e^2}{r^2} = 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{(5 \cdot 10^{-11} \text{ m})^2} \approx 9 \cdot 10^{-8} \text{ N}.$$

10-5. Kumpaankin palloon kohdistuvan Coulombin voiman suuruus on

$$F = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

Toisen pallon sähkövarauksen suuruudeksi saadaan

$$Q_1 = \frac{F r^2}{k Q_2} = \frac{19 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot (0,17 \text{ m})^2}{8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ C}} \approx 24 \text{ nC}.$$

Koska pallojen välillä on vetovoima ja sähkövaraus $2,5 \mu\text{C}$ on positiivinen, sähkövarauksen Q_1 on oltava negatiivinen eli toinen sähkövaraus on -24 nC .

- 10-6.** Kun kuulat yhdistetään, sähkövaraus jakautuu tasan kummankin kuulan osalle, koska kuulat ovat samanlaiset.

Kummankin kuulan varaus yhdistämisen jälkeen on

$$\frac{18\text{nC} + (-8,0\text{nC})}{2} = 5,0\text{ nC}.$$

Kuulien välisen Coulombin voiman suuruus yhdistämisen jälkeen on

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2 \cdot \frac{5,0\text{nC} \cdot 5,0\text{nC}}{(0,18\text{m})^2} \approx 6,9 \mu\text{N}.$$

Voima on hylkimisvoima.

- 10-7.** a) Koska pallot ovat samanmerkkisiä, ne hylkivät toisiaan toistensa läheisyydessä.

b) Sähköisen hylkimisvoiman suuruus on Coulombin lain mukaan

$$F = \frac{k}{\epsilon_{r,\text{ilma}}} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2}{1,0006} \cdot \frac{22 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot 22 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(0,50\text{m})^2} \approx 17,3895 \cdot 10^{-6} \text{ N}.$$

Newtonin II lain mukaan pallon B saaman kiihtyvyyden suuruus on

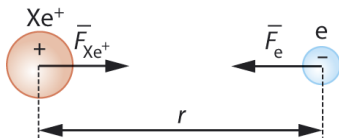
$$a = \frac{F}{m} = \frac{17,3895 \cdot 10^{-6} \text{ N}}{0,0022 \text{ kg}} \approx 7,9 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2.$$

Kiihtyvyyden suunta on poispäin pallosta A. Huomaa, että paino aiheuttaa ilmapalloon edellä laskettua suuremman putoamiskiihtyvyyden, mutta sitä ei oteta huomioon.

- 10-8.** Ioni-moottorin toiminta perustuu esimerkiksi ksenon-atomien ionisoimiseen elektronipommituksen avulla. Moottori kohdistaa ioneihin hylkivän voiman, jolloin ionit poistuvat moottorista ja avaruusalukselta hyvin suurella nopeudella. Voiman ja vastavoimanlain mukaisesti ionit kohdistavat avaruusalukseseen voiman, joka on vastakkaissuuntainen kuin ionien oma liike. Näin avaruusalus joutuu kiihtyvään liikkeeseen.

Ionimoottorin aiheuttama avaruusaluksen kiihtyvyys on pieni, mutta pitkän ajan kuluessa avaruusaluksen nopeus kasvaa suureksi. Ionimoottorin tarvitsema energia saadaan aurinkopaneeleista.

- 10-9. a) Koska hiukkasten varaukset ovat erimerkkiset, hiukkasten välillä on vetovoima.



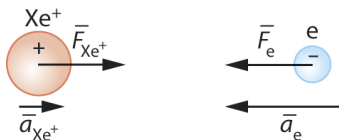
Voiman ja vastavoiman lain perusteella hiukkaset kohdistavat toisiinsa yhtä suuret Coulombin voimat.

Coulombin voiman suuruus on

$$\begin{aligned}
 F_e = F_{Xe^+} &= k \frac{Q_e \cdot Q_{Xe^+}}{r^2} = k \frac{e^2}{r^2} \\
 &= 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{(1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} \\
 &= 230,708 \cdot 10^{-24} \text{ N} \approx 230 \cdot 10^{-24} \text{ N}.
 \end{aligned}$$

- b) Newtonin II lain perusteella kappaleen kiihtyvyys on

$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}$, kun \bar{F} on kappaleeseen kohdistuva voima ja m kappaleen massa.



Ksenon-ionin kiihtyvyys on suuruudeltaan

$$a_{\text{Xe}^+} = \frac{F_{\text{Xe}^+}}{m_{\text{Xe}^+}} = \frac{230,708 \cdot 10^{-24} \text{ N}}{220 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \approx 1,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2.$$

Kiihtyvyyden suunta on kohti elektronia.

Vastaavasti elektronin kiihtyvyys on suuruudeltaan

$$a_e = \frac{F_e}{m_e} = \frac{230,708 \cdot 10^{-24} \text{ N}}{9,10934 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \approx 250 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2.$$

Kiihtyvyyden suunta on kohti ksenonionia.

10-10. a) Pallot varautuvat erimerkkisiksi. Tällöin niiden välille syntyy vetovoima. Pienemmän pallon varsi taipuu, ja pallojen välinen vetovoima voidaan havaita. Kun sähkövaraus purkautuu kipinän mukana, vetovoima heikkenee tai katoaa, ja samalla pienemmän pallon varsi taipuu pois päin isommasta pallosta. Pallot loittonevat toisistaan. Edestakainen liike toistuu, kun pallot vuoroin varautuvat ja vuoroin purkautuvat.

b) Palloihin kohdistuva Coulombin voima on suuruudeltaan

$$F = \frac{k Q_1 Q_2}{\epsilon_r r^2} = \frac{k Q \cdot 4Q}{\epsilon_r r^2} = \frac{k 4Q^2}{\epsilon_r r^2}.$$

Ratkaistaan yhtälöstä pienemmän pallon varaus Q :

$$F = \frac{k 4Q^2}{\epsilon_r r^2}$$

$$Q^2 = \frac{F \epsilon_r r^2}{4k}$$

$$Q = \sqrt{\frac{F \epsilon_r r^2}{4k}} = \sqrt{\frac{0,20 \text{ N} \cdot 1,0006 \cdot (0,16 \text{ m})^2}{4,0 \cdot 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}} = 0,377 498 \mu\text{C} \approx 0,38 \mu\text{C}.$$

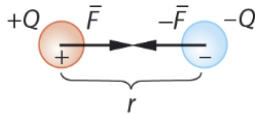
Suuremman pallon varaus on $4,0 \cdot 0,377\ 489\ \mu\text{C} \approx 1,5\ \mu\text{C}$.

Koska pallot vetävät toisiaan puoleensa, pallojen varaukset ovat erimerkkisiä.

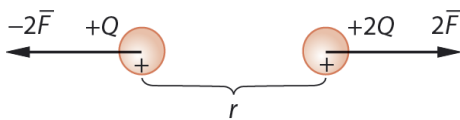
10-11. Coulombin lain mukaan kahden varatun kappaleen toisiinsa kohdistaman sähköisen voiman suuruus on suoraan verrannollinen varausten suuruuteen ja kääntäen verrannollinen varausten väliseen etäisyyteen eli $F = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$.

Samanmerkkiset varaukset hylkivät toisiaan ja erimerkkiset varaukset vetävät toisiaan puoleensa.

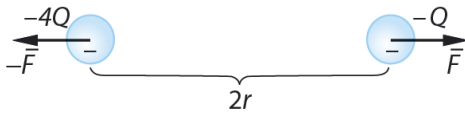
Ylin kuva: Varaukset yhtä suuret, mutta erimerkkiset, siksi puuttuva voima on vastakkaisuuntainen ja yhtä suuri kuin \bar{F} .



Keskimmäinen kuva: Kappaleiden välinen etäisyys sama kuin edellisessä kohdassa, mutta toinen varaus on kaksinkertainen, siksi voima myös kaksinkertainen. Koska varaukset saman merkkiset, voimat ovat hylkiviä.



Alimmassa kuvassa kappaleiden välinen etäisyys on kaksinkertainen ja varausten tulo nelinkertainen, joten kappaleisiin kohdistuvat voimat ovat yhtä suuria kuin \bar{F} . Koska varaukset ovat samanmerkkiset, voimat ovat hylkiviä.



Toisin: Alimmassa kuvassa voiman suuruus on

$$F_{\text{alin kuva}} = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{4Q \cdot Q}{(2r)^2} = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{4Q^2}{4r^2} = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{Q^2}{r^2} = F.$$

10-12. a) Väärin. Kahden kappaleen vuorovaikutuksessa kappaleet kohdistavat toisiinsa yhtä suuret voimat. Newtonin lait pätevät myös Coulombin voimalle.

b) Oikein. Katso kohta a.

c) Väärin. Newtonin II lain perusteella kappaleen kiihtyvyys on suuruudeltaan $a = F/m$, jossa F on kappaleeseen kohdistuvan kokonaisvoiman suuruus ja m on kappaleen massa. Koska kiihtyvyys on kääntäen verrannollinen massaan, kevyempi kappale saa suuremman kiihtyvyyden, kun voimat ovat yhtä suuret. Näin ollen hiukkasen A kiihtyvyys on suurempi kuin hiukkasen B kiihtyvyys.

d) Oikein. Katso kohta c.

10-13. Coulombin lain $F = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$ mukaan Coulombin voima on suoraan verrannollinen kappaleiden varauksiin ja kääntäen verrannollinen kappaleiden välisien etäisyyksien neliöön.

Kuvan mukaan kappaleisiin A ja B kohdistuvat voimat ovat

suuruudeltaan $F = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{QQ}{r^2} = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{Q^2}{r^2}$, kun kappaleiden välinen etäisyys on r . Voimat ovat vetovoimia.

Kappaleisiin C ja D kohdistuvat voimat ovat myös suuruudeltaan F . Koska myös etäisyydet r_{AB} ja r_{CD} ovat yhtä suuret, varaukset ovat suuruudeltaan Q . Koska voimat ovat hylkiviä, varaukset ovat samanmerkkiset esimerkiksi $+Q$ ja $+Q$.

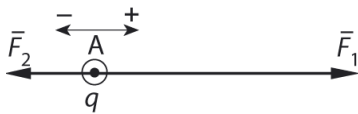
Kappaleiden E ja F välinen etäisyys $r_{EF} = r_{AB}$. Kappaleisiin E ja F kohdistuvat voimat ovat vetäviä ja suuruudeltaan $2F$. Kappaleiden E ja F varaukset ovat erimerkkiset, esimerkiksi $+Q$ ja $-2Q$.

$$\left(F_{EF} = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{Q2Q}{r^2} = 2 \frac{k}{\epsilon_r} \frac{Q^2}{r^2} = 2F \right)$$

Kappaleiden G ja H välinen etäisyys $r_{GH} = \frac{1}{2}r_{AB}$ ja niihin kohdistuvat voimat ovat vetäviä ja suuruudeltaan F . Kappaleiden G ja H varaukset ovat erimerkkiset, esimerkiksi $+Q$ ja $-\frac{1}{4}Q$, sillä

$$\frac{k}{\epsilon_r} \frac{Q \left| -\frac{1}{4}Q \right|}{\left(\frac{1}{2}r \right)^2} = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{\frac{1}{4}Q^2}{\frac{1}{4}r^2} = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{Q^2}{r^2} = F.$$

10-14.



Varauksesta Q_1 kohdistuu palloon Coulombin voima \vec{F}_1 oikealle ja varauksesta Q_2 Coulombin voima \vec{F}_2 vasemmalle.

Voima \vec{F}_1 on suuruudeltaan

$$F_1 = k \frac{qQ_1}{r_1^2} = 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{3,0 \cdot 10^{-9} \text{C} \cdot 16 \cdot 10^{-9} \text{C}}{(0,15\text{m})^2} \approx 19,1734 \cdot 10^{-6} \text{N}.$$

Voima \vec{F}_2 on suuruudeltaan

$$F_2 = k \frac{qQ_2}{r_2^2} = 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{3,0 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot 4,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(0,45\text{m})^2} \approx 0,532\,596 \cdot 10^{-6} \text{ N}.$$

Suunta oikealle on positiivinen, joten sähköinen voima on suuruudeltaan

$F_{\text{kok}} = 19,1734 \cdot 10^{-6} \text{ N} - 0,532596 \cdot 10^{-6} \text{ N} \approx 19 \cdot 10^{-6} \text{ N}$. Koska voiman F_{kok} arvo on positiivinen kokonaisvoiman suunta on oikealle.

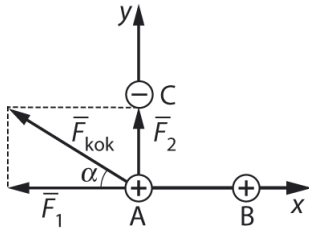
Tapa 2:

Varauksesta Q_1 kohdistuu palloon sähköinen voima \vec{F}_1 oikealle ja varauksesta Q_2 sähköinen voima \vec{F}_2 vasemmalle. Kohdassa A olevaan palloon kohdistuva sähköinen kokonaisvoima on $\vec{F}_{\text{kok}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Suunta oikealle on sovittu positiiviseksi, joten palloon kohdistuvan sähköisen kokonaisvoiman suuruus on

$$\begin{aligned} F_{\text{kok}} &= F_1 - F_2 = k \frac{qQ_1}{r_1^2} - k \frac{qQ_2}{r_2^2} = kq \left(\frac{Q_1}{r_1^2} - \frac{Q_2}{r_2^2} \right) \\ &= 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot 3,0 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot \left(\frac{16 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(0,15\text{m})^2} - \frac{4,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(0,45\text{m})^2} \right) \\ &\approx 19 \cdot 10^{-6} \text{ N}. \end{aligned}$$

Koska voiman F_{kok} arvo on positiivinen kokonaisvoiman suunta on oikealle.

10-15.



Pisteessä (3,5;0) oleva hiukkanen kohdistaa origossa olevaan hiukkaseen hylkivän voiman \vec{F}_1 ja pisteessä (0;3,0) oleva hiukkanen vetovoiman \vec{F}_2 . Origossa olevaan varaukseen kohdistuva sähköinen kokonaisvoima on

$$\vec{F}_{\text{kok}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Voiman \vec{F}_1 suuruus on

$$F_1 = \frac{k Q_1 \cdot Q_2}{\epsilon_r r^2} = \frac{8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2}{1,0006} \cdot \frac{7,5 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 9,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(3,5 \text{ m})^2} \approx 0,049\,493\,5 \text{ N}$$

ja suunta vasemmalle.

Voiman \vec{F}_2 suuruus on

$$F_2 = \frac{k |Q_1 \cdot Q_2|}{\epsilon_r r^2} = \frac{8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2}{1,0006} \cdot \frac{7,5 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(3,0 \text{ m})^2} \approx 0,018\,712\,8 \text{ N}$$

ja suunta ylös.

Sähköisen kokonaisvoiman suuruus on

$$F_{\text{kok}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(0,049\,493\,5 \text{ N})^2 + (0,018\,712\,8 \text{ N})^2} \approx 0,053 \text{ N}.$$

Voiman suunta saadaan yhtälöstä $\tan \alpha = \frac{F_2}{F_1} = \frac{0,018\,712\,8\text{ N}}{0,049\,493\,5\text{ N}}$, josta kulma $\alpha \approx 21^\circ$ kuvan mukaisesti.