TEHTÄVIEN RATKAISUT

10-1. **a)** Oikein.

b) Oikein.

c) Väärin. Kun ainetta on yhden moolin verran, aineen massa on ko. aineen moolimassa kertaa ainemäärä mooleina.

d) Väärin. Happi ja otsoni ovat kaksi eri kaasua, ja moolissa niitä kumpaakin on sama määrä molekyylejä.

e) Väärin. Normaaliolosuhteissa mooli kaasua on tilavuudeltaan 22,4 l, joten vappupallossa on noin yksi mooli heliumia.

10-2. Reaalikaasun molekyyleillä on äärellinen koko ja sisäinen rakenne, ideaalikaasun molekyylit oletetaan pistemäisiksi. Reaalikaasun molekyyleillä on etävuorovaikutuksia keskenään, jotka vaikuttavat kaasun käyttäytymiseen varsinkin silloin, kun paine on suuria ja molekyylit ovat pakkautuneet lähelle toisiaan. Ideaalikaasun molekyyleillä ei ole muita vuorovaikutuksia kuin törmäykset toisiinsa ja astian seinämiin.

10-3. Normaaliolosuhteissa kaasun lämpötila on 273,15 K ja paine 101 325 Pa.

10-4. Tilanyhtälöstä $pV = nRT$ saadaan paineella jakamalla tilavuudelle yhtälö

$$V = \frac{nRT}{p}.$$

Normaaliolosuhteissa lämpötila on $T = 273{,}15$ K ja paine 101 325 Pa. Baareina ilmaistuna paine on $p = 1{,}013$ bar. Ainemäärä on yksi mooli eli $n = 1$ mol. Moolinen kaasuvakio on $R = 0{,}08314510 \text{ bar} \cdot \text{dm}^3 / (\text{mol} \cdot \text{K})$. Sijoittamalla nämä yhtälöön saadaan tilavuudeksi

$$V=\frac{nRT}{p}=\frac{1\text{ mol}\cdot 0{,}08314510\ \frac{\text{bar}\cdot\text{dm}^3}{\text{mol}\cdot\text{K}}\cdot 273{,}15\text{ K}}{1{,}013\text{ bar}}=22{,}420\text{ l}\approx 22{,}4\text{ l}.$$

Yhden kaasumoolin tilavuus normaaliolosuhteissa on 22,4 l.

10-5. Vetykaasun moolimassa on $M_{H_2}=2{,}016\text{ g/mol}$, joten 12 g:ssa on

$$n=\frac{m}{M_{H_2}}=\frac{12\text{ g}}{2{,}016\text{ g/mol}}=5{,}95\text{ mol}\approx 6{,}0\text{ mol}.$$

Yhdessä moolissa on Avogadron vakion mukainen määrä molekyylejä, joten molekyylejä on kaikkiaan

$$n\cdot N_A=5{,}95\text{ mol}\cdot 6{,}0221367\cdot 10^{23}\cdot\frac{1}{\text{mol}}\approx 3{,}6\cdot 10^{24}\text{ molekyyliä}.$$

10-6. Kaasujen yleisestä tilanyhtälöstä $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$ saadaan paineeksi

$$p_2=\frac{p_1V_1T_2}{T_1V_2}=\frac{101{,}3\text{ kPa}\cdot 75\cdot 10^{-6}\text{ m}^3\cdot(273{,}15+37)\text{ K}}{(273{,}15+18)\text{ K}\cdot 33\cdot 10^{-6}\text{ m}^3}\approx 0{,}25\text{ MPa}.$$

10-7. Koska lasisen pullon tilavuus ei muutu, kaasujen yleisestä tilanyhtälöstä $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$ seuraa $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}$. Tästä voidaan ratkaista paine p_2, kun sijoitetaan p_1 = 101,3 kPa, T_1 = (273,15 + 25) K = 298,15 K ja T_2 = (273,15 – 25) K = 248,15 K:

$$p_2=\frac{p_1\cdot T_2}{T_1}=\frac{101{,}3\text{ kPa}\cdot 248{,}15\text{ K}}{298{,}15\text{ K}}=84{,}31\text{ kPa}\approx 84\text{ kPa}.$$

Koska paine pullon ulkopuolella on suurempi kuin pullon sisäpuolella, muovipullo painuisi jonkin verran kasaan, jolloin paine-ero tasoittuisi.

10-8. Ideaalikaasun tilanyhtälöstä $pV = nRT$ saadaan hapen ainemääräksi

$$n = \frac{pV}{RT}$$
$$= \frac{10{,}0\ \text{MPa} \cdot 40{,}0\ \text{dm}^3}{0{,}0831451\ \dfrac{\text{bar} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 290{,}15\ \text{K}} = \frac{100\ \text{bar} \cdot 40{,}0\ \text{dm}^3}{0{,}083145\ \dfrac{\text{bar} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 290{,}15\ \text{K}}$$
$$\approx 165{,}806\ \text{mol}.$$

Koska 1 mooli happea vaatii tilavuuden 22,4141 dm^3, 165,806 mol happea vaatii tilavuuden 165,806 · 22,4 dm^3 = 3714,05 dm^3. Näin ollen tiheyden yhtälöstä saadaan hapen massaksi

$$m = \rho V = 1{,}43\ \text{g/dm}^3 \cdot 3714{,}05\ \text{dm}^3 \approx 5{,}3\ \text{kg}.$$

10-9. Tarkastellaan tiettyä ilmamäärää, jonka massa m pysyy vakiona.

Tiheyden määritelmästä $\rho = \dfrac{m}{V}$ saadaan ilman alkutilavuudeksi $V_1 = \dfrac{m}{\rho_1}$

ja lopputilavuudeksi $V_2 = \dfrac{m}{\rho_2}$. Sijoitetaan tilavuudet kaasujen yleiseen

tilanyhtälöön $\dfrac{p_1 V_1}{T_1} = \dfrac{p_2 V_2}{T_2}$, jolloin saadaan yhtälö $\dfrac{p_1 m}{T_1 \rho_1} = \dfrac{p_2 m}{T_2 \rho_2}$.

Ilman tiheydeksi 20 km korkeudella saadaan

$$\rho_2 = \frac{T_1 p_2 \rho_1}{T_2 p_1} = \frac{273{,}15\ \text{K} \cdot 53\ \text{mbar} \cdot 1{,}29\ \text{kg/m}^3}{213{,}15\ \text{K} \cdot 1013\ \text{mbar}} \approx 0{,}086\ \text{kg/m}^3.$$

10-10. $p_1 = 350$ kPa, $T_1 = 5{,}0$ °C, $p_2 = p_0 = 101{,}3$ kPa, $T_2 = 19$ °C.
Olkoon ilmakuplan tilavuus järven pohjalla V_1. Kirjoitetaan tilavuus veden pinnalla muodossa $V_2 = xV_1$, jossa x on kysytty tilavuuden suurenemistekijä.
Lämpötila järven pohjalla on $T_1 = (5{,}0 + 273{,}15)$ K = 278,15 K ja pinnalla $T_2 = (19 + 273{,}15)$ K = 292,15 K.

Kaasun tilanyhtälö $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$ saadaan muotoon $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2\cdot xV_1}{T_2}$, josta saadaan

$$x=\frac{p_1V_1T_2}{p_2T_1V_1}=\frac{p_1T_2}{p_2T_1}=\frac{350\ \text{kPa}\cdot 292{,}15\ \text{K}}{101{,}3\ \text{kPa}\cdot 278{,}15\ \text{K}}\approx 3{,}60.$$

Ilmakuplan tilavuus kasvaa 3,6-kertaiseksi.

10-11. Kaasujen yleisestä tilanyhtälöstä $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$ saadaan

$$T_2=\frac{T_1p_2V_2}{p_1V_1}=\frac{291{,}15\text{K}\cdot(1-0{,}40)p_1\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)V_1}{p_1V_1}=232{,}92\text{K}\approx-40\ ^\circ\text{C}.$$

10-12. V= 11 l, p_{m1} = 0 Pa, p_{m2} = 2,00 · 10^7 Pa, t_1 = 22 °C, t_2 = 40 °C, M_{ilma} = 28,8 · 10^{-3} kg/mol.
Sovelletaan ideaalikaasun tilanyhtälöä. Tilanyhtälöä varten muutetaan lämpötilat kelvineiksi, ja paine saadaan lisäämällä mittapaineeseen normaali ilmanpaine p_0 = 1,01325 · 10^5 Pa.

Moolimäärä ennen täyttöä on

$$n_1=\frac{(p_{1m}+p_0)V}{RT_1}=\frac{(0+1{,}01325\cdot10^5\ \text{Pa})\cdot 11{,}0\cdot10^{-3}\ \text{m}^3}{8{,}31451\ \frac{\text{Pa}\cdot\text{m}^3}{\text{mol}\cdot\text{K}}\cdot(22+273{,}15)\ \text{K}}=0{,}454182\ \text{mol}.$$

Moolimäärä täytön jälkeen on

$$n_2=\frac{(p_{2m}+p_0)V}{RT_2}=\frac{(2{,}0\cdot10^7\ \text{Pa}+1{,}01325\cdot10^5\ \text{Pa})\cdot 11{,}0\cdot10^{-3}\ \text{m}^3}{8{,}31451\ \frac{\text{Pa}\cdot\text{m}^3}{\text{mol}\cdot\text{K}}\cdot(40+273{,}15)\ \text{K}}$$
$$=84{,}9236\ \text{mol}.$$

Moolimäärän lisäys on 84,9236 mol – 0,454182 mol = 84,4694 mol.

Tämä vastaa massaa

$M_{\text{ilma}} \cdot 84{,}4694\ \text{mol} = 28{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/mol} \cdot 84{,}4694\ \text{mol} = 2{,}43\ \text{kg} \approx 2{,}4\ \text{kg}.$

Sukeltajan painepullon massa kasvaa 2,4 kg.